



**KERNFORSCHUNGSANLAGE JÜLICH GmbH**

Institut für Reaktorbauelemente

**Experimentelle und theoretische  
Untersuchungen zum Schalldurchgang  
durch Einfach- und Doppelplatten in Luft  
und Helium bei Drücken bis 50 bar**

von

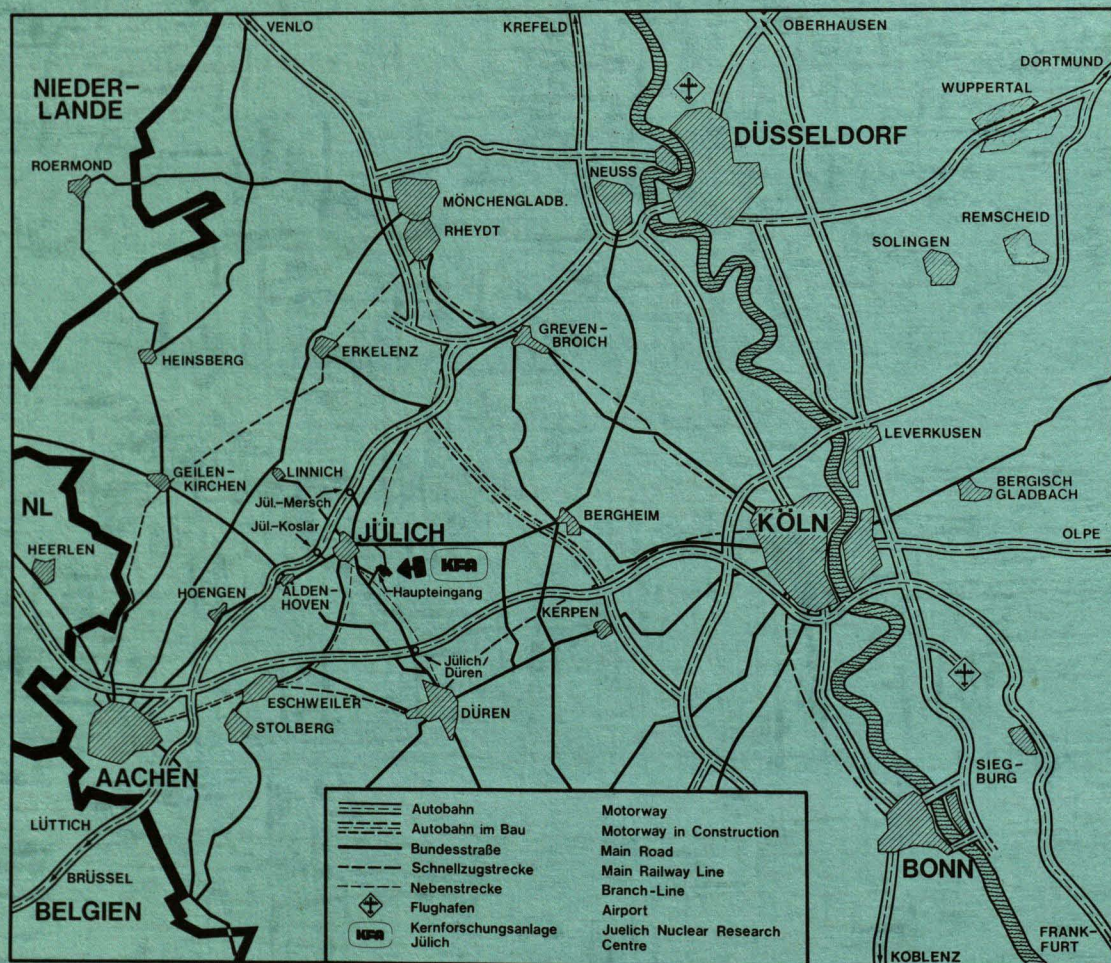
M. Kehr

**JÜl - 1667**

**Juli 1980**

ISSN 0366-0885





Als Manuskript gedruckt

# **Berichte der Kernforschungsanlage Jülich - Nr. 1667**

Institut für Reaktorbauelemente Jül - 1667

Zu beziehen durch: ZENTRALBIBLIOTHEK der Kernforschungsanlage Jülich GmbH

Postfach 1913 · D-5170 Jülich (Bundesrepublik Deutschland)

Telefon: 02461/611 · Telex: 833556 kfa d



**Experimentelle und theoretische  
Untersuchungen zum Schalldurchgang  
durch Einfach- und Doppelplatten in Luft  
und Helium bei Drücken bis 50 bar**

von

M. Kehr

D 82 (Diss. T. H. Aachen)

EXPERIMENTAL AND THEORETICAL INVESTIGATIONS ON THE  
TRANSMISSION OF SOUND THROUGH SINGLE AND DOUBLE  
PLATES IN AIR AND HELIUM AT PRESSURES UP TO 50 BARS

by

M. KEHR

Abstract:

The thermal insulation in hot gas ducts of High Temperature Reactors (HTR) is subjected to dynamic loads due to pressure fluctuations. These fluctuations which are caused by turbomachines or by turbulent pipe flow may cause mechanical failures. To find out the transmission of sound energy through the structure of the insulation it is necessary to make investigations at pressures up to 50 bars with helium.

The first part of this report deals with the radiation of sound by blowers and the propagation of sound in circular tubes. As an approximation to on insulation the transmission of sound through single and a double plate is calculated. Bases of the calculations are known methods of room acoustics and Statistical Energy Analysis (SEA). These methods have originally been derived for conditions at ambient pressure.

The transmission of sound through single and double plates was investigated in a tube at pressures up to 50 bars with air and helium as fluid. The results of these experiments were compared with the theoretical predictions. Especially at higher frequencies the agreement between theory and experimental results are good. The main parameter influencing sound transmission is the wave resistance.

EXPERIMENTELLE UND THEORETISCHE UNTERSUCHUNGEN ZUM  
SCHALLDURCHGANG DURCH EINFACH- UND DOPPELPLATTEN IN  
LUFT UND HELIUM BEI DRÜCKEN BIS 50 BAR

von

M. KEHR

Kurzfassung:

Die thermischen Innenisolierungen der Heißgasleitungen von Hochtemperaturreaktoren (HTR) werden aufgrund von Schallwechseldrücken hohen dynamischen Belastungen ausgesetzt, die zu Schäden führen können. Die Wechseldrücke werden durch Turbomaschinen oder turbulente Rohrströmung verursacht. Für die Übertragung der Schallenergie auf die Struktur der Isolation sind Untersuchungen des Schalldurchganges bei den im HTR relevanten Systemdrücken und mit Helium notwendig.

Im theoretischen Teil der vorliegenden Arbeit wird zunächst die Schallabstrahlung durch die Umwälzgebläse und die Ausbreitung des Schalls in einem Rohr behandelt. Der Schalldurchgang durch eine Einfachplatte bzw. Doppelplatte wird mit Hilfe der aus der Raumakustik bekannten Gesetzmäßigkeiten und mit Hilfe der statistischen Energieanalyse (SEA) bestimmt. Die Berechnungsformeln sind ursprünglich für Normaldruck abgeleitet worden.

Die Experimente zur Bestimmung des Schalldurchganges durch eine Einfachplatte und eine Doppelplatte fanden in einem Rohr bei Drücken bis 50 bar in Luft und Helium bei Normaltemperatur statt. Zur Vorausberechnung der Schalldämmwerte wurden die im theoretischen Teil abgeleiteten Formeln verwendet. Die Übereinstimmung zwischen gemessenen und berechneten Schalldämmwerten ist insbesondere im höheren Frequenzbereich als gut zu bezeichnen. Als Haupteinflußgröße für den Schalldurchgang ergab sich der Wellenwiderstand des umgebenden Mediums.



## Vorwort:

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit am Institut für Reaktorbauelemente der Kernforschungsanlage Jülich GmbH.

Dem Direktor des Instituts, Herrn Prof. Dr. rer. nat. C.B. von der Decken, der die Anregung zu dieser Arbeit gab, danke ich, daß er sie stets durch hilfreiches Interesse und wertvolle Hinweise förderte.

Herrn Prof. Dr.-Ing. R. Staufenbiel danke ich für die Übernahme des Korreferats und für seine zahlreichen Anregungen und Hinweise.

Für die vielen Diskussionen zur Klärung theoretischer und experimenteller Detailfragen, die meine Arbeit wesentlich beeinflußt haben, bin ich Herrn Dr.-Ing. E. Heinecke zu Dank verpflichtet.

Herrn Dr.-Ing. G. Neuwerth möchte ich für seine kritischen Anmerkungen danken.

Beim Aufbau und bei der Durchführung der Experimente haben mich die Herren H. Capellmann und K. Hansen in dankenswerter Weise unterstützt. Frau K. Barthels danke ich für die schnelle und gute Ausführung der fotografischen Arbeiten. Die Erstellung des maschinengeschriebenen Textes übernahm Frau F. Lackner, wofür ich ihr an dieser Stelle meinen besonderen Dank aussprechen möchte.

Ferner danke ich allen Mitarbeitern des Instituts, die mich bei meiner Arbeit unterstützt haben.





<u>Inhaltsverzeichnis</u>	<u>Seite:</u>
1. Einleitung	1
2. Schallausbreitung in Rohren	4
2.1 Das Schallfeld in einem unendlich langen schallharten Rohr	4
2.1.1 Die Cutoff-Bedingung für die Ausbreitung von Spiralwellen	10
2.1.2 Eigenschaften der Spiralwellen	12
2.2 Wirkung einer überlagerten Gleichströmung	15
2.3 Berücksichtigung der Rohrabschlüsse	16
3. Schallabstrahlung von Turbomaschinen	17
3.1 Grundlagen	17
3.2 Abstrahlung von Turbomaschinenschall in Rohrleitungen	18
4. Ermittlung der Eigenfrequenzen einer am Rand fest eingespannten kreisförmigen Platte	21
5. Methoden zur Berechnung des Schalldurchganges durch Einzel- und Doppelplatten	26
5.1 Vorbemerkung	26
5.2 Schalldämmung von Platten	27
5.2.1 Schalldämmung einer Platte bei senkrechtem und schrägem Schalleinfall	28
5.2.2 Schalldämmung einer Platte bei diffusem Schalleinfall	38
5.2.3 Schalldämmung einer Doppelplatte bei senkrechtem und schrägem Schalleinfall	41
5.2.4 Schalldämmung einer Doppelplatte bei diffusem Schalleinfall	47
5.3 Ermittlung des Schalldurchganges mit Hilfe der statistischen Energieanalyse (SEA)	48
5.3.1 Grundlagen des Verfahrens	48
5.3.2 Ermittlung des Schalldurchganges durch eine Platte mit SEA	51
5.3.3 Ermittlung des Schalldurchganges durch eine Doppelplatte mit SEA	57

6.	Einfluß des höheren Druckes von Luft und Helium auf die berechneten Schalldämme	63
7.	Experimentelle Bestimmung des Schalldurchganges an Einzel- und Doppelplatten in Luft und Helium bei Drücken bis 50 bar	66
7.1	Grundlagen des Meßverfahrens zur Bestimmung des Schalldurchganges	66
7.2	Die Versuchsanlage	69
7.3	Verhalten der Kondensatormikrofone bei höheren Drücken in Luft und Helium	72
7.4	Messung der inneren Verluste der Platten	76
7.5	Messung der Nachhallzeit im Empfangsraum	82
7.6	Darstellung und Diskussion der Meßergebnisse für den Schalldurchgang durch Einfach- und Doppelplatten in Luft und Helium bei höheren Drücken	87
8.	Übertragbarkeit der Meßergebnisse auf Großausführungen	102
9.	Zusammenfassung	110
10.	Verwendete Formelzeichen	113
11.	Literatur	117

## 1. Einleitung

Heißgasleitungen von Hochtemperaturreaktoren (HTR) müssen mit Innenisolierungen ausgerüstet werden, um die hohe Temperatur des Kühlgases (ca. 850°C) derart abzubauen, daß unzulässig hohe Wandtemperaturen und Wärmeverluste vermieden werden. Als Innenisolierungen existieren zur Zeit in der Hauptsache drei Ausführungen (siehe /1/, /2/): 1. Kohlesteinisolierung, 2. Faserisolierung und 3. Blechfolienisolierung. Die unter 2. und 3. angeführten Isolierungen enthalten in ihrem Aufbau dünnwandige Blechschalen und Blechrohre, bzw. bestehen nur aus diesen Bauelementen (siehe Abb. 1a und 1b). Neben der thermischen Belastung der Isolierungen tritt im Kühlkreislauf des HTR auch noch eine Schwingungsbelastung durch Schallwechseldrücke auf, deren Entstehung im wesentlichen zwei Ursachen hat:

- a) Schallerzeugung durch turbulente Grenzschichten bei hohen Gasgeschwindigkeiten und Absolutdrücken
- b) Schallerzeugung durch Turbomaschinen.

Das unter a) aufgeführte Strömungsgeräusch weist einen breitbandigen Charakter auf mit Frequenzen bis 1000 Hz. Die Untersuchungen in /3/ zeigen, daß die Intensität der Schallerzeugung mit dem Druckverlustbeiwert und dem dynamischen Druck in der Rohrleitung in Zusammenhang gebracht werden kann. Die folgenden Betrachtungen befassen sich jedoch ausschließlich mit der Entstehung und Auswirkung der unter b) angegebenen Schallerzeugungsart. Dieser Teil des Schallfeldes in der Heißgasleitung wird in erster Linie durch die in ihr enthaltenen Gebläse erzeugt. Das Spektrum des Gebläseschalls besteht aus einem breitbandigen Untergrund, dem Strömungsgeräusch der Maschine, mit überlagerten Spitzen, dem Drehklang. Drehklanggrundtöne können Frequenzen bis 5000 Hz bei den hier betrachteten Gebläsen erreichen. Die genaue Kenntnis der Auswirkungen dieses Spektrums auf die Strukturen der Innenisolierung ist erforderlich, um die hohe Standzeit der Materialien von ca. 30 Jahren gewährleisten zu können.

Große Schäden aufgrund von Schwingungsbelastungen in einem gasgekühlten Reaktor wurden erstmals in England im Hinkley Point Reaktor festgestellt. Rizk und Seymour /4/ kommen in ihrer Untersuchung über die Fehlerursachen in Hinkley Point zu dem Ergebnis, daß als hauptsächlicher Verursacher der



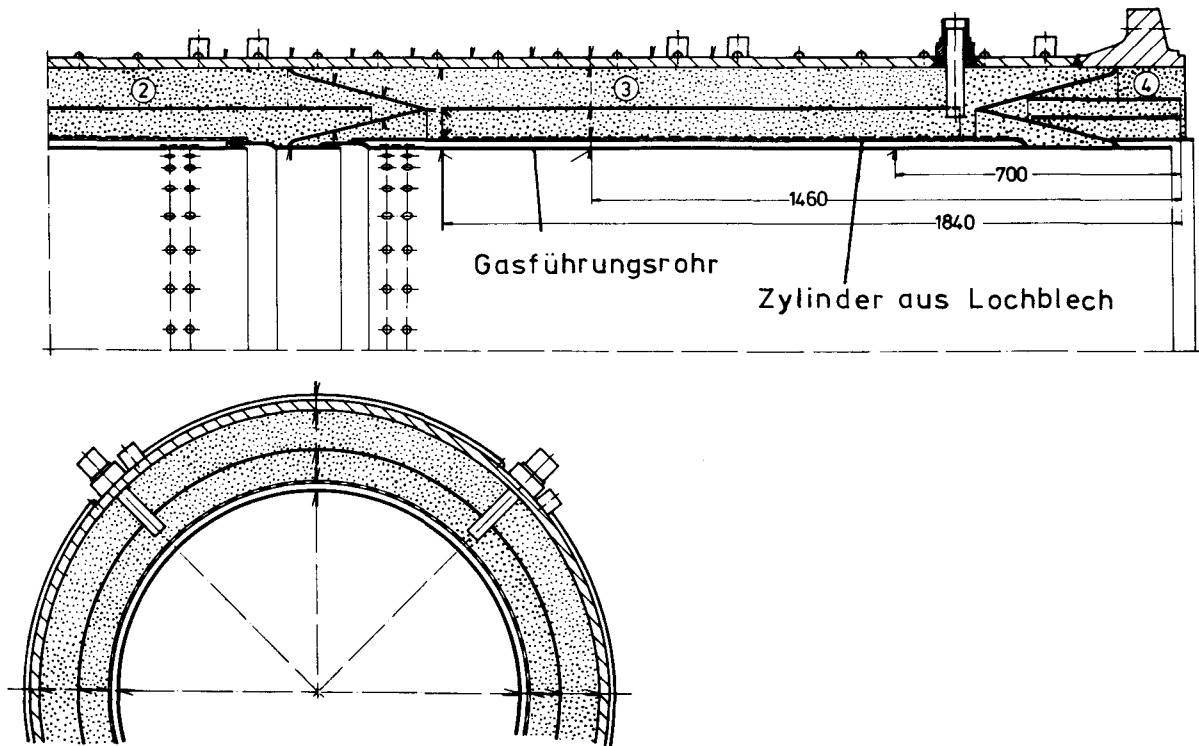


Abb. 1a

Faserisolierung (Zahlen bezeichnen einzelne Schüsse der Isolierung)

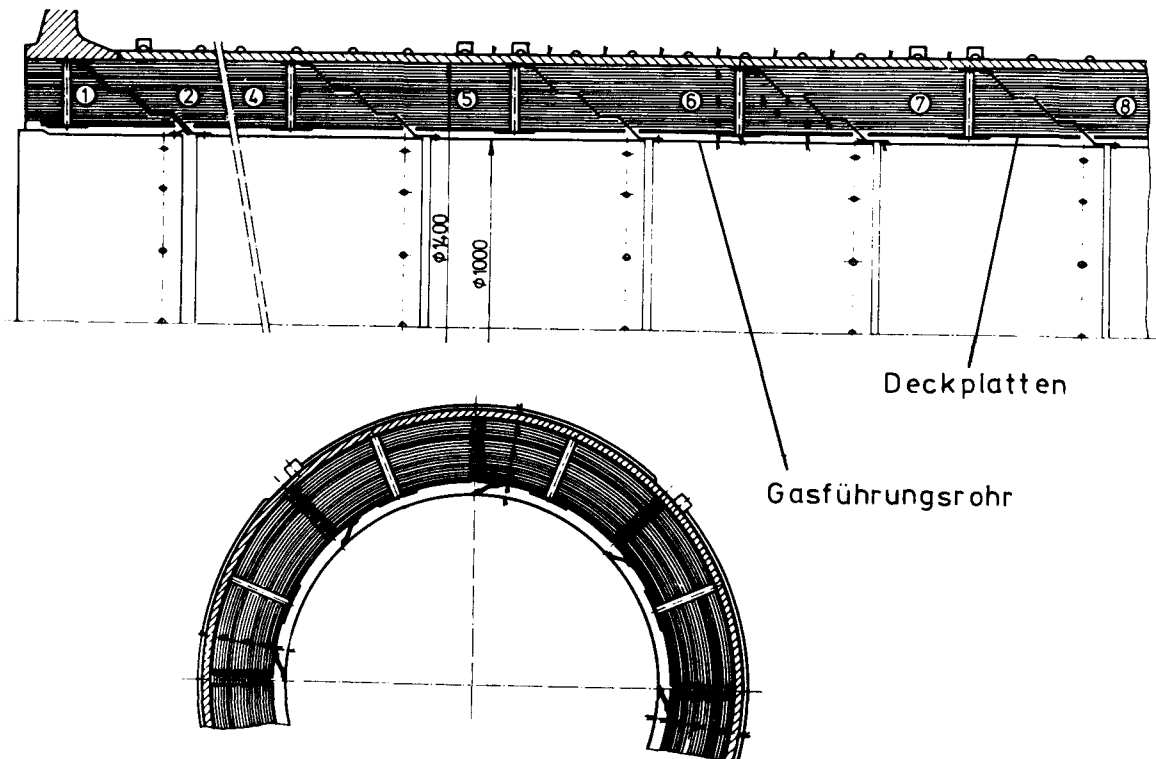


Abb. 1b

Blechfolienisolierung (Zahlen bezeichnen einzelne Schüsse der Isolierung)

Ermüdungsbrüche der verschiedenen Teile die akustische Anregung durch den Gebläseschall zu nennen ist.

Die Entstehungsmechanismen des Gebläseschalls und die akustische Kopplung des Schallfeldes an die Struktur sind daher von besonderer Bedeutung. Beim Schalldurchgang wird Energie auf die Struktur übertragen. Bei realen Innenisolierungen (Abb. 1) muß der Schall zunächst das Gasführungsrohr und den dahinterliegenden koaxialen Lochblechzylinder bzw. die Deckplatten durchdringen, um Energie auf die eigentlichen Isolationsteile, d.h. Fasermatten und Blechfolien übertragen zu können. Zur Berechnung des Schalldurchganges stehen aus der Raumakustik bekannte Schalldurchgangsgesetze, die für Luft bei Normalzustand hergeleitet worden sind, zur Verfügung. Die Bedingungen in der Heißgasleitung im HTR machen es notwendig zu überprüfen, ob diese Gesetze auch bei höheren Drücken und in Helium anwendbar sind. Damit ergibt sich die Aufgabe dieser Arbeit. Sie besteht darin, auf experimentellem Wege nachzuweisen, ob die Gesetzmäßigkeiten des Schalldurchganges, wie sie für Luft von Normalzustand aufgestellt wurden, auch bei der Berechnung des Schalldurchganges bei höheren Drücken und in Helium gültig sind.

Um den Einfluß des sich ändernden Umgebungsmediums auf den Schalldurchgang zu ermitteln, spielen spezielle Schallabstrahlungseigenschaften, wie sie Zylinder bzw. gekrümmte Platten aufweisen, eine sekundäre Rolle, so daß bei der Bestimmung des Schalldurchganges durch das Gasführungsrohr mit dem koaxialen Lochblechzylinder bzw. den Deckplatten diese Anordnungen durch ebene Platten ersetzt werden können. Innerhalb dieser Arbeit werden daher Versuche zum Schalldurchgang durch einfache Platten und Doppelplatten in Luft und Helium bei Drücken bis 50 bar in kleinem Maßstab in einem Rohr durchgeführt.

Die Schalldurchgangsversuche bedingen die Kenntnis der theoretischen Grundlagen des Schallfeldes im Rohr und des Schalldurchganges durch Platten. Die Schallentstehungsmechanismen in einem Gebläse werden an Hand der theoretischen Grundlagen der Schallerzeugung durch Turbomaschinen beschrieben. Durch die Auswertung entsprechender Literatur ergeben sich die im theoretischen Teil der Arbeit wiedergegebenen Zusammenhänge.

Das bei den Versuchen zum Schalldurchgang benutzte Druckrohr wies einen Durchmesser von 38 cm auf, so daß wegen der Befestigung der Platten im Rohr nur Platten mit einem Durchmesser von 34 cm untersucht werden konnten. Die Frage, ob diese Versuchsergebnisse auch auf größere Platten übertragbar sind, wird mit Hilfe von Ähnlichkeitsbetrachtungen untersucht.

## 2. Schallausbreitung in Rohren

### 2.1 Das Schallfeld in einem unendlich langen schallharten Rohr

Zur mathematischen Beschreibung des räumlichen Schallfeldes werden die Kontinuitätsgleichung, die Zustandsgleichung des Mediums und die Eulerschen Bewegungsgleichungen in allen drei Richtungen für einen Elementarwürfel abgeleitet (siehe /5/). Dabei wird ein ruhendes und homogenes Medium vorausgesetzt und die Wirkung innerer Reibung und innerer Wärmeleitung vernachlässigt. Auf diese Weise erhält man ein Gleichungssystem von fünf Gleichungen. Die einzelnen Gleichungen lauten unter der Voraussetzung linearer Vorgänge, also Vernachlässigung der Größen höherer Ordnung:

Zustandsgleichung des Mediums:

$$p = c^2 \rho + \text{const.} \quad (2.1)$$

Die Eulerschen Bewegungsgleichungen

$$\rho k_x - \frac{\partial p}{\partial x} = \rho \frac{\partial v_x}{\partial t} \quad (2.2)$$

$$\rho k_y - \frac{\partial p}{\partial y} = \rho \frac{\partial v_y}{\partial t} \quad (2.3)$$

$$\rho k_z - \frac{\partial p}{\partial z} = \rho \frac{\partial v_z}{\partial t} \quad (2.4)$$

Die Kontinuitätsgleichung:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (2.5)$$

$p$	=	Schalldruck
$c$	=	Schallgeschwindigkeit
$\rho$	=	Dichte des Mediums
$k_x; k_y; k_z$	=	Auf die Masseneinheit bezogene Kraft in x,y,z-Richtung
$v_x; v_y; v_z$	=	Wechselgeschwindigkeit der Mediumteilchen in x,y,z-Richtung
$t$	=	Zeitkoordinate
$x; y; z$	=	Raumkoordinaten



Der Betrag der Wechselgeschwindigkeit der Mediumteilchen wird in der Akustik als Schallschnelle  $v$  bezeichnet. Für die in der Akustik auftretenden Schallfelder kann in den meisten Fällen mit linearen Bewegungsvorgängen gerechnet werden. Lediglich bei Verdichtungsstößen und bei extrem leistungsstarken Schallerzeugern müssen nichtlineare Effekte berücksichtigt werden. Lineare Vorgänge in einem Schallfeld bedeuten für den Schalldruck, daß er viel kleiner als der Umgebungsdruck sein muß. Eine Forderung, die bei höheren Umgebungsdrücken immer besser erfüllt ist. Aus den Gleichungen 2.1-2.5 entsteht durch Umformung die Wellengleichung. Da Reibungsfreiheit der Vorgänge vorausgesetzt wurde, kann das Schallfeld als wirbelfrei angenommen werden. Die Wirbelfreiheit der Bewegung zieht die Existenz eines Geschwindigkeitspotentials nach sich, das der Wellengleichung genügt und aus dem die Komponenten der Wechselgeschwindigkeit durch Differentiation nach der Koordinate hervorgehen. Bei periodischen Vorgängen ist das Geschwindigkeitspotential bis auf eine imaginäre Konstante gleich dem Schalldruck, (davon wird in Gleichung 2.24 Gebrauch gemacht), so daß dieser die Rolle des Geschwindigkeitspotentials übernehmen kann. Für den Schalldruck lautet dann die Wellengleichung:

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (2.6)$$

$$(\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2})$$

Für das Schallfeld in einem Rohr muß die Gleichung 2.6 in Zylinderkoordinaten angegeben werden:

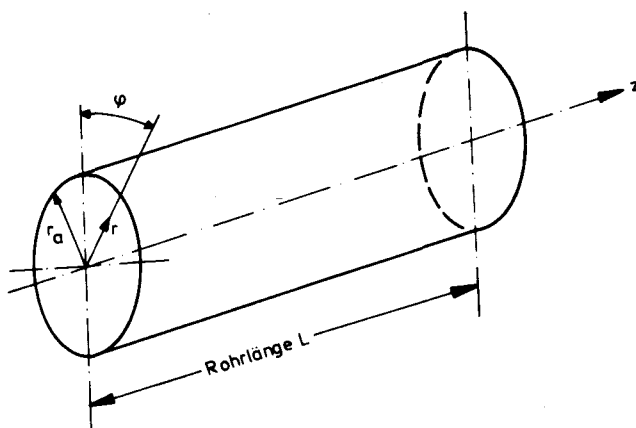


Abb. 2:  
Zylindrisches  
Koordinatensystem

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (2.7)$$

Die Lösung der Gleichung 2.7 erfolgt durch Separation der Variablen mit Hilfe des folgenden Ansatzes:

$$p(r, \varphi, z, t) = R(r) \cdot \Phi(\varphi) \cdot Z(z) \cdot T(t) \quad (2.8)$$

Mit Hilfe dieses Ansatzes kann dann für Gleichung (2.7) geschrieben werden:

$$\left[ \frac{1}{R} \cdot \left( \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dR}{dr} \right) + \frac{1}{r^2} \cdot \Phi \cdot \frac{d^2 \Phi}{d\varphi^2} \right] + \left[ \frac{1}{Z} \cdot \frac{d^2 Z}{dz^2} \right] = \frac{1}{c^2 \cdot T} \cdot \frac{d^2 T}{dt^2} \quad (2.9)$$

Die Gleichung 2.4 besteht aus einer Summe von Ausdrücken, die jeweils nur von einer Variablen abhängen. Die Gleichung 2.9 kann nur dann für alle Variablen  $r, \varphi, z$  erfüllt sein, wenn die eingeklammerten Ausdrücke konstant sind.

Mit der Wahl geeigneter Konstanten (siehe /5/) folgt dann:

$$\frac{1}{c^2 \cdot T} \cdot \frac{d^2 T}{dt^2} = -k^2 \quad (2.10)$$

$$\frac{1}{Z} \cdot \frac{d^2 Z}{dz^2} = -k_z^2 \quad (2.11)$$

$$\frac{1}{R} \cdot \left( \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dR}{dr} \right) + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{1}{\Phi} \cdot \frac{d^2 \Phi}{d\varphi^2} = -k_r^2 \quad (2.12)$$

Die Wellenzahl, allgemein mit  $k$  bezeichnet, gibt die Zahl der Wellenlängen, die auf die Strecke  $2\pi$ , also auf den Umfang des Einheitskreises, entfallen, an. Die Gleichung 2.12 kann so umgeformt werden, daß die beiden Variablen jeweils links bzw. rechts vom Gleichheitszeichen stehen:

$$\frac{r^2}{R} \cdot \left( \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dR}{dr} \right) + k_r^2 \cdot r^2 = -\frac{1}{\Phi} \cdot \frac{d^2 \Phi}{d\varphi^2} \quad (2.13)$$

Die beiden Seiten der Gleichung 2.13 können gleich einer Konstanten gesetzt werden:

$$\frac{1}{\Phi} \cdot \frac{d^2 \Phi}{d\varphi^2} = -m^2 \quad (2.14)$$

$$\frac{1}{R} \left( \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} \right) + k_r^2 - \frac{m^2}{r^2} = 0 \quad (2.15)$$

Die Konstante  $m$  nimmt wegen der Periodizität von  $\varphi$  nur ganzzahlige Werte an (siehe /6/ und /7/):

$$m = 0, 1, 2, 3 \dots \quad (2.16)$$

Werden die Gleichungen 2.10 bis 2.12 in 2.9 eingesetzt, so ergibt sich für die gewählten Konstanten der folgende Zusammenhang:

$$k_z^2 = k^2 - k_r^2 \quad (2.17)$$

Die Lösungen der Differentialgleichungen 2.10 und 2.11 lassen sich angeben zu:

$$T(t) = A \cdot e^{jkct} + B \cdot e^{-jkct} \quad (2.18)$$

$$Z(z) = A_1 e^{jk_z z} + B_1 e^{-jk_z z} \quad (2.19)$$

Im allgemeinen ergibt der zweite Summand der Gleichung 2.18 wegen des doppelten Vorzeichens von  $m$  und  $k_z$  keine weiteren unabhängigen Lösungen (vgl. /5/). Liegt jedoch eine Anregung des Schallfeldes durch eine Turbomaschine mit örtlich wechselnden Schallquellen vor, so trägt auch der zweite Summand der Gleichung 2.18 zur Lösung der Gleichung 2.10 bei (vgl. /5/, /8/ und /9/). Es folgt dann

$$T(t) = A \cdot e^{j(-kct + \beta)} \quad (2.20)$$

$$\beta = \text{Phasenverschiebung}$$

Die Differentialgleichung 2.15 stellt die Abhängigkeit des Schalldruckes vom Radius dar und wird als Besselsche Differentialgleichung bezeichnet, deren Lösung entweder durch fortschreitende Wellen, also durch Hankelsche Funktionen erster und zweiter Art  $m$ -ter Ordnung, oder durch stehende Wellen, also durch die Besselsche und Neumannsche Funktion  $m$ -ter Ordnung, erfolgen kann. Welche Form der Lösung angewendet wird, ist eine Frage der Zweckmäßig-



keit. Wenn das schwingende System groß im Vergleich zur Wellenlänge ist, so daß es sich um im wesentlichen nichteingeschwungene Zustände handelt, stellen fortschreitende Wellen die geeignete Lösungsform dar; ist dagegen das System in Ausbreitungsrichtung klein gegenüber der Wellenlänge, dann überlagern sich die fortschreitenden Wellen aufgrund von Reflexionen zu stehenden Wellen, was einem eingeschwungenen Zustand gleichkommt. Bei der Schallausbreitung in Rohren werden fortschreitende Wellen nur für die Achsrichtung (z-Richtung) angenommen, weil das Verhältnis Länge/Durchmesser zu groß ist. Die radiale Komponente des Schallfeldes wird durch Wandreflexionen zu einer stehenden Welle superponiert und damit erfolgt die Lösung von Gl. 2.15 mit dem folgenden Ansatz:

$$R(r) = A_3 J_m(k_r \cdot r) + B_3 N_m(k_r \cdot r) \quad (2.21)$$

$J_m$  = Besselsche Funktion m-ter Ordnung

$N_m$  = Neumannsche Funktion m-ter Ordnung

Die Neumannsche Funktion weist bei  $r = 0$  eine Singularität auf, so daß  $B_3 = 0$  wird. Durch die Multiplikation aller Lösungen gemäß Gleichung 2.8 kann der Schalldruck angegeben werden:

$$p_m = A_3 J_m(k_r \cdot r) \left( A_1 e^{jk_z z} + B_1 e^{-jk_z z} \right) \cdot \left( A_2 e^{jm\varphi} + B_2 e^{-jm\varphi} \right) \cdot \left( A e^{j(-kct + \beta_m)} \right) \quad (2.22)$$

$\beta_m$  = Phasenwinkel der Mode m

Zur weiteren Bestimmung des Schallfeldes muß ein Zusammenhang zwischen den beiden Feldgrößen Schalldruck  $p$  und Wechselgeschwindigkeit  $\vec{v}$  hergestellt werden. Mit Hilfe des Geschwindigkeitspotentials  $\Psi$  lassen sich beide wie folgt ausdrücken:

$$\vec{v} = - \text{grad } \Psi \quad (2.23)$$

$$p = j \omega \rho \Psi \quad (2.24)$$

$\rho$  = Dichte des umgebenden Mediums

Für ein schallhartes Rohr gilt, daß die radiale Komponente der Wechselgeschwindigkeit an der Rohrwand zu Null wird. Mit den Gleichungen 2.23 und 2.24 kann die radiale Komponente der Wechselgeschwindigkeit angegeben werden:

$$v_r = -\frac{1}{j\omega\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial r} \quad (2.25)$$

Mit der Bedingung für ein schallhartes Rohr folgt:

$$v_r \Big|_{r=r_a} = 0 \Rightarrow \frac{\partial p}{\partial r} = 0 \quad (2.26)$$

Es muß dann auch der Wechseldruckgradient in radialer Richtung verschwinden. Zur Beschreibung der Schalldruckverteilung in radialer Richtung ist die Kenntnis der Nullstellen der abgeleiteten Besselfunktion notwendig:

$$\frac{d}{dr} \left( J_m(k_r r_a) \right) = J'_m(k_r r_a) = 0 \quad (2.27)$$

Die Funktion in Gleichung 2.27 besitzt unendlich viele Nullstellen, die Tabellen entnommen werden können und mit  $n$  bezeichnet werden. Das Argument der abgeleiteten Besselfunktion lautet dann:

$$k_{r,m,n} r_a = a_{m,n} \quad (2.28)$$

$a_{m,n}$  =  $n$ -te Nullstelle der abgeleiteten  
Besselfunktion der Ordnung  $m$

Aus der Gleichung 2.17 folgt für  $k_z$ :

$$k_{z,m,n} = k_{m,n} = \sqrt{k^2 - k_{r,m,n}^2} \quad (2.29)$$

Setzt man die Gleichung 2.29 in die Gleichung 2.22 ein, so kann durch Summation über alle  $m$  und  $n$  die Schalldruckverteilung im Rohr beschrieben werden:

$$p(r, \varphi, z, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} p_{m,n}(r, \varphi, z, t) \quad (2.30)$$

Die Schalldruckverteilung besteht aus einer Überlagerung von theoretisch unendlich vielen Moden  $m, n$ , deren Phasenlage durch die unterschiedlichen Phasenwinkel  $\beta_{m,n}$  erfaßt werden. Die Konstanten, die zur Lösung der Gleichung 2.7 führten, wurden so gewählt, daß sie bei der Lösung Wellenzahlen für die verschiedenen Koordinatenrichtungen darstellen. Die Moden sind durch die Anzahl der Knotenkreisdurchmesser  $m$  und Knotenkreise  $n$  gekennzeichnet

(siehe Abb. 4). Jede Mode besteht aus jeweils 4 Wellen, die sich durch ihre Dreh- und Ausbreitungsrichtung unterscheiden (siehe Gl. 2.22). Die Moden werden als Spiralwellen (im engl. Sprachgebrauch als "spinning modes" oder "cross modes") bezeichnet. Die Amplituden dieser Spiralwellen müssen durch Messungen bestimmt werden. Bolleter /10/ und Schiffer /7/ beschreiben ausführlich die modale Analyse eines Drehklanggeräusches im Rohr mit schallharten Wänden.

### 2.1.1 Die Cutoff-Bedingung für die Ausbreitung von Spiralwellen

Die Gleichung 2.29 besagt, daß die axiale Wellenzahl  $k_{z\ m,n}$  für  $k_{r\ m,n}^2 > k^2$  imaginär wird, also eine stark gedämpfte Welle darstellt, die als nicht ausbreitungsfähig bezeichnet werden kann, wenn man vom Nahfeld des Schallerzeugers absieht. Erst wenn  $k^2 > k_{r\ m,n}^2$  ist, kann sich die Mode  $m,n$  mit einer reellen axialen Wellenzahl  $k_{z\ m,n}$  ausbreiten. Die Bedingung für die Ausbreitungsfähigkeit einer Spiralwelle kann dann mit Gleichung 2.28 hergeleitet werden. Es gilt:

$$k^2 = k_{r\ m,n}^2 = \left( \frac{a_{m,n}}{r_a} \right)^2 \quad (2.31)$$

$$f_{m,n} = \frac{a_{m,n} \cdot c}{2\pi r_a} \quad (2.32)$$

Durch die Gleichung 2.32 wird die Cutoff-Bedingung einer bestimmten Mode angegeben. Der Begriff "Cutoff" deutet an, daß die damit zusammenhängende Frequenz eine Besonderheit für die Mode darstellt und in der Tat ergibt sich durch die mathematische Herleitung, daß nur die Moden ausbreitungsfähig sind, deren Cutoff-Frequenz überschritten bzw. erreicht wurde. Die ebene Welle (0,0 Mode) unterliegt natürlich keiner Cutoff-Bedingung. Alle höheren Moden sind demgegenüber jedoch erst ab ihrer Cutoff-Frequenz, die durch die Schallgeschwindigkeit und den Rohrradius festgelegt ist, zu einer Ausbreitung im Rohr fähig. Moden, deren Cutoff-Frequenz höher liegen als die Anregungsfrequenz, brauchen außer im Nahfeld des Schallerzeugers nicht berücksichtigt zu werden.

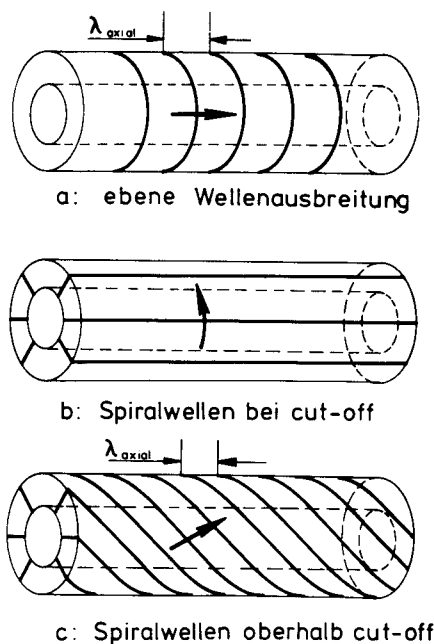


Abb. 3:

Verschiedene Phasen bei der Schallausbreitung in einem Ringkanal

In Abb. 3 ist eine graphische Darstellung der einzelnen Phasen der Schallausbreitung in einem Ringkanal dargestellt. Bei der ebenen Schallausbreitung stehen die Phasenflächen senkrecht auf der Rohrachse und die Schallfeldgrößen sind konstant über dem Querschnitt. Wird die Cutoff-Frequenz erreicht, so werden die Phasenflächen der betreffenden Mode zu Mantellinien des Rohres. Die Mode weist allerdings noch keine axiale Wellenzahl auf (Abb. 3b). Erst oberhalb Cutoff (Abb. 3c) kann die Mode sich in Achsrichtung ausbreiten. Die Phasenflächen bilden einen Winkel mit der Rohrachse, der, wie in Abschnitt 2.1.2 noch erläutert wird, von der Frequenz abhängt. Die Mode vollführt eine schraubenförmige Bewegung um die Rohrachse.

Die Versuche zum Schalldurchgang durch Platten sollen in einem Rohr mit einem Durchmesser von 380 mm durchgeführt werden. Aus diesem Grund sind in Tabelle 1 die berechneten Cutoff-Frequenzen für Luft und Helium für diesen Rohrdurchmesser angegeben:

Luft									
n	m=0	m=1	m=2	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8
0	0	526	873	1201	1520	1834	2145	2453	2759
1	1096	1524	1918	2292	2654	3008	3355	3698	4036
2	2006	2441	2851	3244	3626	3999	4366	4726	5082

Helium									
n	m=0	m=1	m=2	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8
0	0	1546	2564	3527	4464	5386	6298	7201	8099
1	3217	4476	5630	6729	7793	8832	9851	10857	11850
2	5890	7167	8369	9525	10646	11742	12818	13876	14921



Tabelle 1: Cutoff-Frequenzen der ersten Moden in einem Rohr  $\varnothing$  380 mm in Luft und Helium für  $T = 290$  K ( $a_{m,n}$ -Werte wurden aus /11/ entnommen)

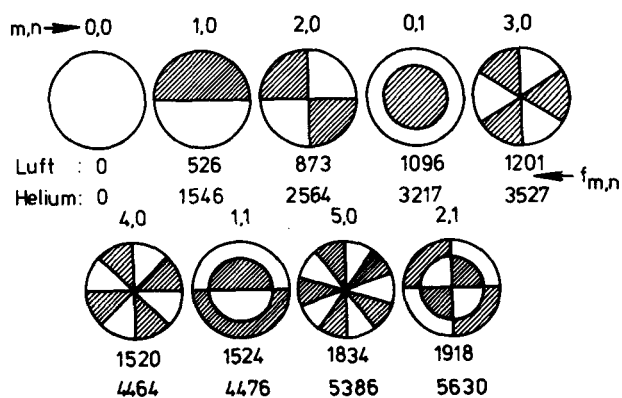


Abb. 4: Druckverteilung höherer Moden über dem Rohrquerschnitt

Die Abb. 4 zeigt die Druckverteilung der ersten neun Moden über dem Querschnitt in Luft und Helium für die in Tabelle 1 angegebenen Cutoff-Frequenzen.

### 2.1.2 Eigenschaften der Spiralwellen

Bei der Cutoff-Frequenz schwingen die Mediumteilchen im Rohr senkrecht zur Rohrachse und in azimuthaler Richtung. Bedenkt man, daß die Cutoff-Frequenzen identisch mit den Radialresonanzen des Rohres sind, so ergibt sich bei dieser Frequenz wie bei jeder Resonanz üblich, eine besonders leichte Anregung des Rohres durch das Schallfeld zu Schwingungen. Daher ist die Lage dieser Resonanzstellen für die Schwingungsanregung des Rohres ebenso wichtig wie für die Schallausbreitung im Rohr. Da jedoch hier zunächst nur die Eigenschaften des Schallfeldes im Rohr betrachtet werden, sollen zunächst die Eigenschaften der höheren Moden dargelegt werden. Oberhalb der ersten Cutoff-Frequenz tritt zu der ebenen Schallwelle (0,0 Mode) eine Spiralwelle. Die Druckverteilung über dem Querschnitt ist nicht mehr kon-

stant, sondern besteht aus einer Überlagerung der Druckverteilungen gemäß der Abb. 4. Die Druckverteilungen der einzelnen Moden werden durch die Anzahl der Knotenkreise und Knotenkreisdurchmesser festgelegt. Wie Tyler und Sofrin /9/ zeigen, wandern die Extremwerte der Druckverteilungen mit steigender Modenordnungszahl in Richtung Rohrwand.

In Abb. 3 wurde schon angedeutet, daß die Flächen konstanter Phase oberhalb der Cutoff-Frequenz einen Winkel mit der Rohrachse bilden, der von dem Verhältnis der anregenden Frequenz zur Cutoff-Frequenz abhängt. Der weiteren Erläuterung dieses Zusammenhanges dient Abb. 5, in der die Projektionen der Phasenflächen auf die Rohrwand dargestellt sind. Der Neigungswinkel  $\alpha$  der Phasenflächen kann durch die Abb. 5c mit Hilfe der Wellenzahl angegeben werden:

$$\cos \alpha = \frac{k_{z,m,n}}{k} = \sqrt{1 - \left( \frac{k_{r,m,n}}{k} \right)^2} \quad (2.33)$$

Mit Gleichung 2.31 und 2.32 läßt sich dann schreiben:

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \left( \frac{f_{m,n}}{f} \right)^2} \quad (2.34)$$

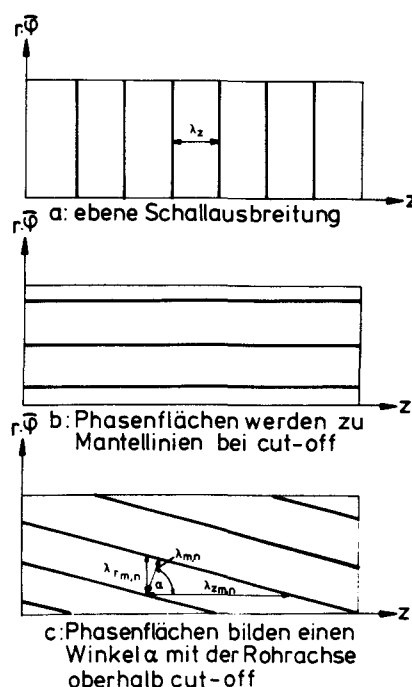


Abb. 5:

Darstellung des Cutoff-Effektes durch die projizierten Phasenflächen

Die Neigung der Phasenflächen der Moden ist vom Frequenzverhältnis  $f_{m,n}/f$  abhängig. Besteht das Schallfeld aus mehreren Moden, so setzt sich der

resultierende Schalldruck aus Wellenanteilen mit frequenzabhängiger Ausbreitungsgeschwindigkeit zusammen. Die Ausbreitung des Schalls wird als dispersiv bezeichnet und mit Hilfe der Gruppen- und Phasengeschwindigkeit charakterisiert. Die Gruppengeschwindigkeit  $v_{Gr}$  ist die Geschwindigkeit mit der sich die Energie des Schalls im Rohr fortpflanzt:

$$v_{Gr} = \frac{d\omega}{dk} \quad (2.35)$$

Bei der Betrachtung einer Schwebung entspricht die Gruppengeschwindigkeit der Ausbreitungsgeschwindigkeit der weiten Maxima und die Phasengeschwindigkeit  $v_{Ph}$  der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der eng benachbarten Maxima.

$$v_{Ph} = \frac{\omega}{k} \quad (2.36)$$

Eine ausführliche Darstellung beider Begriffe ist z.B. in /13/ gegeben.

Mit den Gleichungen 2.35 und 2.36 können jetzt die Phasen- und Gruppengeschwindigkeit der einzelnen Moden unter Zuhilfenahme der Gleichung 2.29 bestimmt werden:

$$v_{Ph} = \frac{\omega}{k_{m,n}} = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_{m,n}}{f}\right)^2}} = \frac{c}{\cos\alpha} \quad (2.37)$$

$$v_{Gr} = \frac{d\omega}{dk_{m,n}} = c \sqrt{1 - \left(\frac{f_{m,n}}{f}\right)^2} = c \cdot \cos\alpha \quad (2.38)$$

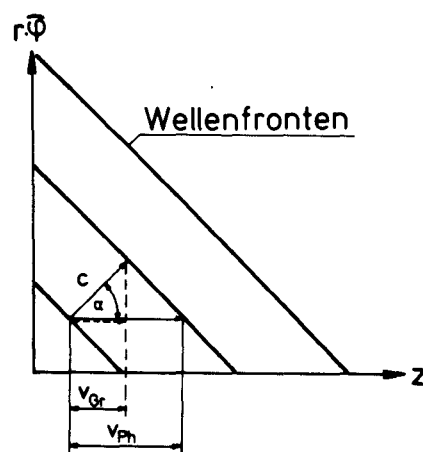


Abb. 6

Geometrische Darstellung der Gruppen- und Phasengeschwindigkeit

Die Abb. 6 gibt noch einmal die geometrischen Verhältnisse der Gruppen- und Phasengeschwindigkeit wieder. Die Schallgeschwindigkeit  $c$  steht dabei senkrecht auf den Wellenfronten.

Bei der Cutoff-Frequenz  $f_{m,n} = f$  wird die Phasengeschwindigkeit unendlich groß und die Gruppengeschwindigkeit zu Null. Es wird keine Schallenergie mit dieser Mode durch das Rohr transportiert. Mit steigender Anregungsfrequenz wird der Winkel  $\alpha$  kleiner und die Phasenflächen der Spiralwellen nähern sich der ebenen Welle.

## 2.2 Wirkung einer überlagerten Gleichströmung

Bei der Schallausbreitung in einem strömenden Medium muß das Strömungsprofil in die Wellengleichung 2.6 eingeführt werden. Mungur und Plumblee /8/ und Mason /14/ geben die sich daraus ergebende Wellengleichung mit ihrer Lösung an. Die Strömungsgeschwindigkeit wird in ihren Darstellungen durch die Machzahl  $M$  berücksichtigt:

$$M(r) = \frac{w(r)}{c} \quad (2.39)$$

$w(r)$  = Strömungsgeschwindigkeit  $w$  als  
Funktion des Radius

Kann ein gleichförmiges Strömungsprofil angenommen werden, so entfällt für die Machzahl die Abhängigkeit vom Radius. Damit geben /8/ und /14/ die Cutoff-Bedingung wie folgt an:

$$f_{m,n} = f_{m,n} (M = 0) \sqrt{1 - M^2} \quad (2.40)$$

Durch die überlagerte Gleichströmung wird die Cutoff-Frequenz unabhängig von der Richtung der Gleichströmung reduziert.

Für den Fall, daß die Strömungsgeschwindigkeit  $w$  vom Radius abhängt, gibt Mason /14/ noch eine Näherungsformel für die Cutoff-Bedingung an, die jedoch nur bei kleinen Machzahlen Gültigkeit besitzt:

$$\frac{f_{m,n}}{f_{m,n}(M=0)} \approx \frac{r_a}{\int_0^{r_a} \frac{dr}{\sqrt{1 - [M(r)]^2}}} \quad (2.41)$$



### 2.3 Berücksichtigung der Rohrabschlüsse

Durch den Abschluß des Rohres sind Reflektionen jeder einzelnen Mode entsprechend dem Widerstand des Rohrendes (Rohrabschlußimpedanz) zu erwarten. Zur Bestimmung des Reflexionsfaktors (Verhältnis der Amplituden von hinlaufender zu reflektierter Welle ergibt den Betrag des Reflexionsfaktors) jeder Mode muß eine modale Analyse durchgeführt werden (siehe /7/ und /10/). Für die Berechnung der Längenresonanzen des Rohres soll hier jedoch vereinfachend von einer ebenen (also eindimensionalen) Schallausbreitung im Rohr ausgegangen werden, weil, aufgrund von Vorversuchen, die ebene Welle energetisch den größten Teil der gesamten Schallenergie durch das Rohr transportiert, solange die Schallquelle aus einem Lautsprecher besteht, wie dies bei den Schalldurchgangsmessungen der Fall war (nähere Diskussion zu diesem Punkt in Abschnitt 3). Mit /5/ können dann die Berechnungsformeln für die Längenresonanzen des Rohres angegeben werden:

Für ein beidseitig schallhart (Reflexionsfaktor = 1) abgeschlossenes Rohr folgt für die Längenresonanzen bei Vernachlässigung der Verluste der Schallwellen im Medium:

$$f_{lq} = \frac{q \cdot c}{2L} \quad q = 1, 2, 3 \dots \quad (2.42)$$

$L$  = Rohrlänge

Ist das Rohr an einer Seite schallweich (Reflexionsfaktor = 0) und an der anderen schallhart abgeschlossen, so lassen sich mit diesen Randbedingungen die folgenden Resonanzen angeben:

$$f_{lq} = \frac{(2q+1) \cdot c}{4L} \quad q = 1, 2, 3 \dots \quad (2.43)$$

Der Grundton nach Gleichung 2.43 liegt eine Oktav niedriger als der in Gleichung 2.42 angegebene. Dafür fehlen bei einseitig schallweichem Abschluß die geradzahligen Obertöne.

### 3. Schallabstrahlung von Turbomaschinen

#### 3.1 Grundlagen

Turbomaschinenschall besteht aus einem breitbandigen Strömungsgeräusch und den besonders charakteristischen diskreten Tönen, dem Drehklang. Der Drehklang besteht aus einzelnen Harmonischen, den Drehtönen, die dem Strömungsgeräusch schmalbandig überlagert sind. Im folgenden wird ausschließlich die Ausbreitung der Schallfelder des Drehklanges behandelt. Grundlegende Untersuchungen über die Entstehungsmechanismen des Schalls in Turbomaschinen stammen von Tyler und Sofrin /9/. Betrachtet man zunächst einen Rotor mit einer Flügelzahl  $B$ , so ergibt sich für einen ortsfesten Beobachter ein mit Rotordrehzahl rotierendes Druckfeld. Dieses Druckfeld kann mit Hilfe einer Fourier-Reihe dargestellt werden /9/:

$$p(r, \varphi, t) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k(r) \cos[k \cdot B (\varphi - \Omega t) + \beta_k(r)] \quad (3.1)$$

$a_k(r)$	=	Radiale Verteilung des $k \cdot B$ -fach gewellten Druckmusters, das mit $\Omega$ rotiert und von der Frequenz $f = \frac{k B \Omega}{2 \pi}$ erzeugt wird
$k$	=	Ordnung der Harmonischen
$B$	=	Anzahl der Rotorflügel
$\Omega$	=	Winkelgeschwindigkeit des Rotors
$\beta_k(r)$	=	Phasenparameter der $k$ -ten Harmonischen
$\varphi$	=	Winkelkoordinate

Das Druckfeld besteht aus Harmonischen, deren Perioden auf dem Umfang immer ganzzahligen Vielfachen der Flügelzahl entspricht. Der Grundton hat demzufolge ein  $B$ -fach gewelltes, der erste Oberton ein  $2B$ -fach gewelltes Druckmuster. Alle Druckmuster rotieren mit Rotordrehzahl. Wird dieses Druckfeld des Rotors durch eine feststehende Schaufel (Leitschaufel) beeinflusst, so ergibt sich jedesmal, wenn eine Rotorschaufel die Leitschaufel passiert eine Druckschwankung. Die Druckschwankungen lösen Schallwellen aus, deren Intensität umso größer ist, je stärker die Strömungsrichtung und der Staudruck durch diese Wechselwirkung verändert werden.

Für diesen Fall einer feststehenden Leitschaufel ergeben sich dann  $k \cdot B$  Druckschwankungen pro Umdrehung des Laufrades. Betrachtet man nicht nur eine Leitschaufel, sondern ein ganzes Leitrad mit  $V$  Schaufeln, so ergeben sich Druckmuster deren Ordnung (Modenordnung)  $m$  nach /9/ der folgenden Bedingung genügen müssen:

$$m = k \cdot B + s \cdot V \quad (3.2)$$

$$s = -\infty, \dots, -1, 0, 1, \dots, +\infty$$

Jeder Drehton erzeugt unendlich viele Moden, deren Ordnungszahl durch die Anzahl der Leitschaufeln  $V$  und der Laufschaufeln  $B$  festgelegt wird. Für die Mode  $m$ ,  $k$  kann dann der Druck für eine Meßebene und bei Vernachlässigung der radialen Druckverteilung (d.h. Ringkanal mit kleinem Ringspalt) angegeben werden:

$$p(\varphi, t) = V a_{m,k} \cos \left[ m \left( \varphi - \frac{k \cdot B}{m} \Omega \cdot t \right) + \beta_{m,k} \right] \quad (3.3)$$

$$a_{m,k} = \text{Amplitude der Mode } m, k$$

Die Turbomaschine erzeugt dann unter Vernachlässigung der radialen Druckverteilung (wie Gl. 3.3) in einer bestimmten Meßebene den Gesamtschalldruck:

$$p(\varphi, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left[ V a_{m,k} \cos \left( \varphi - \frac{k \cdot B}{m} \Omega \cdot t \right) + \beta_{m,k} \right] \quad (3.4)$$

### 3.2 Abstrahlung von Turbomaschinenschall in Rohrleitungen

Das Schallfeld der Turbomaschine besteht wie aus Gleichung 3.4 zu entnehmen ist, aus theoretisch unendlich vielen Moden. Wird dieses Schallfeld in eine Rohrleitung eingebracht, so unterliegen die Moden den in Abschnitt 2.1 abgeleiteten Ausbreitungsbedingungen. Eine Mode kann sich nur dann ausbreiten, wenn sich gemäß Gleichung 2.29 eine reelle axiale Wellenzahl ergibt. Definiert man die Machzahl der Mode  $m$ :

$$M_m = \frac{\omega_m r_a}{c} \quad (3.5)$$

$\omega_m$  = Winkelgeschwindigkeit der Mode m

$$\omega_m = \frac{\Omega \cdot k \cdot B}{m}$$

so folgt für die axiale Wellenzahl (siehe /7/ und /9/):

$$k_{m,n} = \frac{m}{r_a} \sqrt{\left(M_m\right)^2 - \left(\frac{a_{m,n}}{m}\right)^2} \quad (3.6)$$

Die Mode ist ausbreitungsfähig, wenn gilt:

$$M_m^2 > \left(\frac{a_{m,n}}{m}\right)^2 \quad (3.7)$$

also eine modifizierte Cutoff-Bedingung, die es ermöglicht zu untersuchen, ab welcher Frequenz eine Mode ausbreitungsfähig ist. Die Frequenz der Druckschwankungen, die die Turbomaschine erzeugt, ist von der Drehzahl des Rotors abhängig, so daß mit Hilfe einer für die Schaufelspitzen definierten Machzahl  $M_s$  die folgende Rechnung Gültigkeit besitzt:

$$M_s = \frac{\Omega \cdot r_a}{c} \quad (3.8)$$

Die Machzahl der Schaufelspitzen  $M_s$  wird gebildet mit der Winkelgeschwindigkeit des Rotors  $\Omega$  und seinem Außenradius  $r_a$  und der Schallgeschwindigkeit  $c$ . Die Gleichung 3.8 wird in Gleichung 3.5 eingesetzt, wodurch dann die Machzahl der Mode  $M_m$  mit Hilfe der Machzahl der Schaufelspitzen ausgedrückt werden kann zu (siehe auch /7/):

$$M_m = M_s \frac{k \cdot B}{m} = \frac{k \cdot B}{k \cdot B + s \cdot V} \cdot M_s \quad (3.9)$$

Für den Grundton des Drehklanges einer Laufrad-Leitrad-Anordnung mit  $B = 18$  und  $V = 17$  Schaufeln ergibt sich für  $s = -1$  die Bedingung für die Mode  $m = 1$ :

$$\left(M_1\right)^2 = \left(M_s \frac{18}{18-17}\right)^2 > \left(\frac{a_{1,0}}{1}\right)^2 \quad (3.10)$$

$$\Rightarrow M_s > \frac{1}{18} \cdot \frac{1,8412}{1} \approx 0,1 \quad (3.11)$$

( $a_{1,0}$  aus /11/ entnommen)

Der Grundton dieser Anordnung ist bereits im Unterschallbereich ausbreitungsfähig.

Bei einem einzelnen Laufrad gilt die Ausbreitungsbedingung der Moden wie sie von Tyler und Sofrin /9/ mit Hilfe der Machzahl der Schaufelspitzen für einen Ringkanal mit kleinem Ringspalt formuliert wurde:

$$k_z = \frac{m}{r_g} \sqrt{M_s^2 - 1} \quad (3.12)$$

Die Bedingung für eine reelle axiale Wellenzahl, wie sie in Gl. 3.12 ausgedrückt ist, bedeutet, daß hier im Gegensatz zu der Anordnung Laufrad/Leitrad nur dann Moden ausbreitungsfähig sind, wenn an den Schaufelspitzen Überschallgeschwindigkeit auftritt. Das Schallfeld läuft dann mit Überschallgeschwindigkeit mit dem Rotor um.

Aus dem Vergleich der Gleichungen 2.30 und 3.4 läßt sich unschwer erkennen, daß der Aufbau des Schallfeldes im Rohr prinzipiell genau dem des Schallfeldes der Turbomaschine entspricht. Dadurch sind Turbomaschinen in der Lage, bestimmte Moden in einer Rohrleitung besonders stark anzuregen.

Die bislang dargelegten Ableitungen und Erklärungen befaßten sich ausschließlich mit den Vorgängen bei der Schallausbreitung in Rohren und bei der Schallerzeugung durch Turbomaschinen. Um die weiteren Auswirkungen der Schallenergie auf die Bauteile der Innenisolierung, wie Schwingungsanregung und Schalldurchgang, zu untersuchen, müssen jetzt Betrachtungen zum Schalldurchgang und Schwingungsverhalten der hier untersuchten ebenen Platten folgen. Aus diesem Grund werden im nächsten Kapitel die Eigenfrequenzen von kreisförmigen am Rand fest eingespannten Platten theoretisch ermittelt.

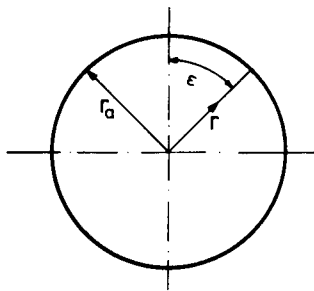


#### 4. Ermittlung der Eigenfrequenzen einer am Rand fest eingespannten kreisförmigen Platte

Die Berechnung der Eigenfrequenzen der Platte erfolgt mit Hilfe der Wellengleichung für die Platte. Morse und Ingard /15/ geben die Lösung dieser Gleichung mit Hilfe des Ansatzes für eine harmonische Bewegung an:

$$\nabla^4 \gamma + \frac{12\rho(1-\mu^2)}{E \cdot h^2} \frac{\partial^2 \gamma}{\partial t^2} = 0 \quad (4.1)$$

Lösungsansatz:  $\gamma = \Gamma(r, \epsilon) \cdot e^{2\pi j \nu t} \quad (4.2)$



$\nabla$  = Nabla Operator  
(siehe Gl. 2.6)  
 $h$  = Dicke der Platten  
 $\nu$  = Frequenz  
 $\Gamma$  = Amplitude  
 $\gamma$  = Auslenkung  
 $E$  = Elastizitätsmodul  
 $t$  = Zeit

Abb. 7 Koordinatensystem für die Platte

Die Lösung der Gleichung 4.1 besteht aus Besselfunktionen m-ter Ordnung. Mit den Randbedingungen für die fest eingespannte Platte:

$$\gamma \Big|_{r=r_0} = 0 \quad \text{und} \quad \frac{d\gamma}{dr} \Big|_{r=r_0} = 0$$

können dann die Eigenfrequenzen der Platte angegeben werden:

$$\nu_{m,n} = \frac{\pi h}{4 r_0^2} \sqrt{\frac{E}{3(1-\mu^2) \rho_p}} \beta_{mn}^2 \quad (4.3)$$

$\rho_p$  = Dichte der Platte  
 $m$  = Anzahl der Knotenkreisdurchmesser

$n$  = Anzahl der Knotenkreise

In Tabelle 2 sind die in /15/ angegebenen Werte für  $\beta_{m,n}$  enthalten:

$n$	$m=0$	$m=1$	$m=2$
1	1,015	1,468	1,879
2	2,007	2,483	2,992
3	3,000	3,490	4,000

Tabelle 2:

$\beta_{m,n}$ -Werte

Für höhere Moden geht  $\beta_{m,n}$  gegen den Wert /15/:

$$\beta_{m,n} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} n + \frac{m}{2} \quad (4.4)$$

Mit den Werten in Tabelle 2 können die ersten neun Moden für die bei den Schalldurchgangsmessungen verwendeten Platten, die einen Durchmesser von 340 mm hatten und Dicken von 1,5 bzw. 4 mm aufwiesen, berechnet werden:

$h=1,5\text{mm}$

$n$	$m=0$	$m=1$	$m=2$
1	131	274	448
2	512	783	1137
3	1143	1547	2032

$h=4\text{mm}$

$n$	$m=0$	$m=1$	$m=2$
1	349	730	1196
2	1364	2088	3032
3	3048	4125	5419

Tabelle 3:

Die ersten neun Eigenfrequenzen in Hz der bei den Schalldurchgangsmessungen verwendeten Platten

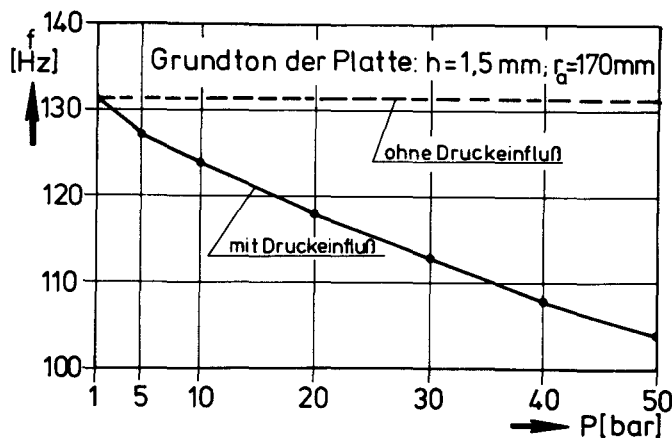
Timoshenko, Young und Weaver /16/ geben noch eine Korrekturformel für die Eigenfrequenzen der festeingespannten Platte an, wenn diese sich in einem dichten Medium z.B. in Wasser, befindet. Die Belastung des dichten Umgebungsmediums auf die schwingende Platte führt zu einer Absenkung der Eigenfrequenzen der Platte aufgrund der mitschwingenden Mediummasse. Bei den Schalldurchgangsversuchen in Luft und Helium bis 50 bar kann insbesondere in Luft eine merkliche Herabsetzung der Eigenfrequenzen eintreten. In Abb. 8

ist daher der Verlauf des Grundtons einer 1,5 mm dicken Platte mit  $\varnothing 340$  mm in Luft bis 50 bar, wie er sich durch die in /16/ angegebene Formel:

$$v_{m,n}' = \frac{v_{m,n}}{\sqrt{1 + \xi}} \quad (4.5)$$

$$\xi = 0,6689 \frac{\rho}{\rho_p} \frac{r_a}{h}$$

ergibt, dargestellt.



**Abb. 8**

Darstellung des Grundtons einer fest eingespannten Platte in Luft bis 50 bar

Die experimentelle Überprüfung der Gleichung 4.5 soll im folgenden kurz dargestellt werden. Dabei wurde dieselbe Versuchsanlage wie sie in Abschnitt 7.2 ausführlich beschrieben wird, benutzt. Der Versuch wurde mit derselben Einspannvorrichtung für die Platte, wie sie auch bei den Schalldurchgangsmessungen benutzt wurde, durchgeführt. Die Anregung der Platte erfolgte mit Hilfe eines Lautsprechers und die Plattenantwort wurde mit einem 12g Beschleunigungsaufnehmer (B&K Typ 4335) registriert. Eine Beeinflussung des Grundtons durch die Zusatzmasse des Beschleunigungsaufnehmers kann vernachlässigt werden, da die Masse des Beschleunigungsaufnehmers ungefähr 1% der Plattenmasse betrug.

Die Versuchsanlage war in einem Druckrohr untergebracht. Um die Längsresonanzen des Empfangsraumes abzdämpfen, wurde ein schallweicher Abschluß mit 200 mm langen Sillan-Keilen benutzt. In Abb. 9 ist der Versuchsaufbau schematisch dargestellt. Der Lautsprecher (Hersteller Isophon) wurde mit einem Sinuston angeregt, dessen Frequenz vom Pegelschreiber (B&K Typ 2307)

gesteuert wurde. Der Frequenzanalysator (B&K Typ 2010) der hier auch gleichzeitig als Sinusgenerator eingesetzt wurde, mißt das Signal des Beschleunigungsaufnehmers in einer Bandbreite von 3,16 Hz, wobei die Mittenfrequenz des Filters gerade der des Sinusgenerators entspricht. Der Pegelschreiber übernimmt sowohl die stetige Steuerung der Frequenz für den Lautsprecher, als auch die Registrierung des Beschleunigungspegels. Auf diese Weise wird ein Frequenzdurchlauf ermöglicht und die Eigenfrequenz der Platte kann ermittelt werden. Bei den Messungen ergab sich eine Grundfrequenz von 107 Hz (rechnerisch 131 Hz) und eine Frequenzdrift der Platte von 12 Hz. Für den Grundton von 107 Hz folgt laut Rechnung eine Frequenzabsenkung um 22 Hz. Damit ergeben sich bei einem Vergleich zwischen Theorie und Messung zwei Diskrepanzen die einer Erläuterung bedürfen. Die Verschiebung des Grundtons von 131 Hz auf gemessene 107 Hz kann durch die nicht ideal feste Einspannung erklärt werden. Die Einspannvorrichtung für die Platte wurde von vier axial verlaufenden Gewindestangen gehalten, die in dem Ringspalt zwischen den Rohrschüssen verankert waren. Dadurch waren Bewegungen der Einspannung möglich, die zu einer Herabsetzung des Grundtons führen.

Der Unterschied zwischen berechneten und gemessenen Frequenzen könnte dadurch erklärt werden, daß die Theorie (Gleichung 4.5) nur die reine Massenbelastung durch die mitschwingende Mediummasse berücksichtigt, hingegen die Wirkung der Gassteifigkeit nicht erfaßt.

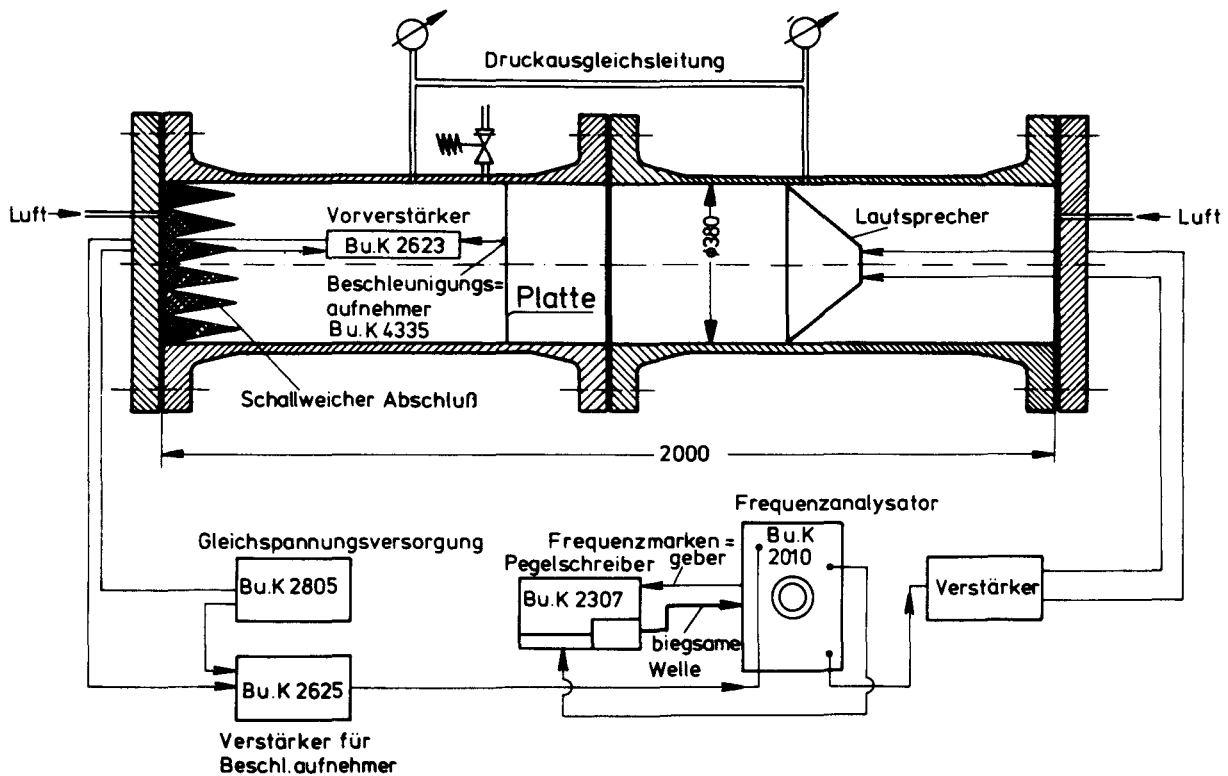


Abb. 9: Versuchsaufbau für die Messung der Eigenfrequenz der Platte

Neben der Kenntnis der Lage der Eigenfrequenzen ist es für die Energieübertragung des Schallfeldes auf die gesamte Innenisolierung erforderlich, den Schalldurchgang durch Festkörper zu untersuchen, um z.B. Auswirkungen des Schallfeldes auf die Isolationsteile, die hinter dem Gasführungsrohr und den Deckplatten bzw. Lochblechzylinder liegen, erfassen zu können. Aus diesem Grund wird im folgenden Kapitel ausführlich auf den Schalldurchgang durch ebene Platten eingegangen.



## 5. Methoden zur Berechnung des Schalldurchganges durch Einfach- und Doppelplatten

---

### 5.1 Vorbemerkung

Der Schalldurchgang durch Einfach- und Doppelplatten als Trennwand zwischen zwei Räumen wird bestimmt durch die Anregung der Platte zu Schwingungen und durch die akustische Kopplung zwischen Medium und Platte. Durch die Annahme, daß die Platte sich wie eine träge Masse verhält und durch den Impulsaustausch mit der Schallwelle beschleunigt wird, ergeben sich die Massenschalldämmungsgesetze. Die Platte setzt dem Schalldruck die reine Massenträgheit entgegen und wird als ganzes schwingend angenommen.

Durchgeführte Messungen zum Schalldurchgang durch Platten ergaben jedoch, daß deren Schalldämmung schlechter ist, als die durch Massenschalldämmungsgesetze berechnete. Der Grund für diese Diskrepanz liegt darin, daß die Platte sich nicht wie ein reiner Trägheitswiderstand gegenüber der Schallwelle verhält, sondern eine diesem Widerstand gegenphasig wirkende Eigenschaft, die Biegesteifigkeit besitzt. Das Produkt aus Elastizitätsmodul  $E$  und axialem Flächenträgheitsmoment  $I$  ergibt die Biegesteifigkeit der Platte. Durch die Biegesteifigkeit der Platte bewegen sich die einzelnen Plattenelemente nicht mehr konphas, sondern wellenförmig entsprechend der anregenden Schallwelle. Die Platte vollführt eine Biegeschwingung, deren Wellen als Biegewellen bezeichnet werden. In Bezug auf die Schallabstrahlung der Platte kommt den Biegewellen die größte Bedeutung zu. Biegewellen sind keine reinen Transversalwellen, weil bei ihnen auch Drehungen um die Querachse auftreten. Sie bilden eine eigene Gruppe. L. Cremer /17/ fand, daß bei der Übereinstimmung der Biegewellenlänge  $\lambda_B$  mit der Schallwellenlänge des umgebenden Mediums  $\lambda_a$  die Schallabstrahlung ein Maximum erreicht. Er bezeichnete diesen Effekt als den "Koinzidenzeffekt" und die dazugehörige Frequenz als "Grenzfrequenz"  $f_g$ . Unterhalb der Grenzfrequenz ( $\lambda_B > \lambda_a$ ) ist die Platte nicht in der Lage, durch die Biegewellen ausbreitungsfähige Schallwellen im umgebenden Medium zu erzeugen. Die Platte kann keinen Schall abstrahlen und der Schalldurchgang ist durch die Massenträgheit bestimmt. Oberhalb der Grenzfrequenz ( $\lambda_B < \lambda_a$ ) wird der Schalldurchgang durch die Steifigkeit der Platte gegen Biegung beeinflusst.

Diese Aussagen gelten exakt nur für unendlich ausgedehnte Platten und berücksichtigen einzelne Resonanzen, die den Schalldurchgang verbessern,

pauschal durch die mittlere Schnelleverteilung auf der Platte. Für endliche Platten haben die Einspannbedingungen auch noch einen zusätzlichen Einfluß auf die Schallabstrahlung, weil dieser abhängig von der Einspannart und der Länge des eingespannten Umfangs der Platte ist.

Die Berücksichtigung aller Resonanzeffekte der Platte bedingt eine genaue Berechnung jeder einzelnen Resonanzschwingung mit nachfolgender Superposition. Bei geringer Resonanzmodendichte wäre die Berechnung zwar sehr aufwendig, jedoch praktisch möglich. Ausgedehnte, dünne komplexe Strukturen, wie z.B. die Innenisolierung des HTR, weisen hohe Resonanzmodendichten auf, so daß die Einzelanalyse mit beträchtlichem Aufwand durchgeführt werden müßte und zudem noch fehlerbehaftet wäre, weil die Lage der einzelnen Resonanzmoden im höheren Frequenzbereich bei komplexen Strukturen nicht mit der erforderlichen Genauigkeit vorausberechenbar ist. Geht man von einer breitbandigen Anregung solcher Strukturen aus, so ist die Näherung zulässig, daß bei genügender Modendichte jede Mode im Mittel den gleichen Energiebetrag durch die Anregung aufnimmt. Die einzelnen Moden können statistisch behandelt werden und das analytische Verfahren wird als Statistische-Energie-Analyse (SEA) bezeichnet. Bei der schall- und schwingungstechnischen Untersuchung von Satellitenteilen wurde die SEA erstmals eingesetzt. R.H. Lyon /18/ faßt in seinem Buch die Grundlagen und grundsätzlichen Anwendungen zusammen. Crocker, Price und Battacharya /19/, /20/ wenden dieses Verfahren bei der Berechnung des Schalldurchganges durch Einfach- und Doppelplatten erfolgreich an. Rivenaes /21/ und Burton /11/ benutzen es bei der Berechnung von Schwingungsantworten von Strukturen in Hochtemperaturreaktoren und finden insbesondere bei Systemen mit einer großen Modendichte und breitbandiger Anregung eine zufriedenstellende Übereinstimmung zwischen Theorie und praktischen Messungen.

Nachfolgend sollen alle angesprochenen Methoden mit ihren Berechnungsformeln erläutert werden.

## 5.2 Schalldämmung von Platten

Wird eine schallharte Wand von einer Schallwelle getroffen, so wird diese Schallwelle zum größten Teil reflektiert und nur ein geringer Teil wird im

Inneren der Wand absorbiert. Durch den Impulsaustausch zwischen auftretender Schallwelle und Wand wird diese in Bewegung versetzt und strahlt ihrerseits wieder Schall, den Körperschall, ab. Man spricht daher von der Dämmung des Schalls durch die Wand, im Gegensatz zur Schalldämpfung, die auf der Absorption des Schalls, d.h. auf der Umwandlung von Schallenergie in Wärme beruht und in porösen Stoffen auftritt.

### 5.2.1 Schalldämmung einer Platte bei senkrechtem und schrägem Schalleinfall

Die Leistungsübertragung vom Schallfeld auf die Struktur ergibt den Schalldurchgang durch den Festkörper.

Das Verhältnis von transmittierter Leistung  $\Pi_t$  durch den Körper zu der auf ihn einfallenden  $\Pi_i$  wird als Transmissionsgrad  $\tau$  bezeichnet:

$$\tau = \frac{\Pi_t}{\Pi_i} = \frac{|p_t|^2}{|p_i|^2} \quad (5.1)$$

Bei einer ebenen Welle sind die Leistungen direkt proportional den Beträgen der Schalldruckquadrate  $p_t$  und  $p_i$ .

Zur Ermittlung der Schalldrücke vor und hinter der Platte geht man von einer ebenen, senkrecht einfallenden Schallwelle aus (siehe auch /22/), die dann

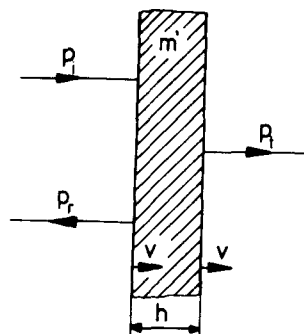


Abb. 10:

Geometrische Darstellung des Schalldurchganges durch eine Wand

teils reflektiert und teilweise transmittiert wird. Die auftretende Wechseldruckdifferenz bewirkt eine Kraft auf die Fläche der Platte, die die Masse dieser Fläche beschleunigt. Mit Abb. 10 läßt sich für den wirksamen Wechsel-

druck schreiben:

$$p_i + p_r - p_t = j\omega v m' \quad (5.2)$$

$$\begin{aligned} p_i &= \text{Schalldruck der einfallenden Welle} \\ p_r &= \text{Schalldruck der reflektierten Welle} \\ p_t &= \text{Schalldruck der durchgelassenen} \\ &\quad \text{(transmittierten) Welle} \\ v &= \text{Schnelle der Platte} \\ m' &= \text{Massenbelegung der Platte} \\ m' &= \rho_p \cdot h \end{aligned}$$

Die Gleichung 5.2 ist eine Anwendung des dynamischen Grundgesetzes. Die Beschleunigung der Masse  $m'$  kann durch die nach der Zeit differenzierte Geschwindigkeit ausgedrückt werden. Sowohl Schalldruck als auch Schallschnelle werden als komplexe Größen dargestellt, so daß die Differentiation nach der Zeit die Multiplikation mit  $j\omega$  ergibt.

Geht man von einer gleichmäßigen Schnelleverteilung über die Platte aus, d.h. betrachtet man nur die Massenträgheit einer dünnen Platte und vernachlässigt deren Biegesteife, so schwingen alle Teile der Wand konphas und die Schnelle  $v$  der Platte ist zu beiden Seiten gleich.

$$v_i + v_r = v \quad (5.3)$$

$$v_t = v \quad (5.4)$$

Der Quotient aus Wechseldruck und Schallschnelle, die hier, solange das Medium nicht aufreißt, identisch mit der Plattenschnelle ist, wird als "Schallhärte", Wellenwiderstand des Mediums oder, wie international üblich, als akustische Impedanz bezeichnet. Vernachlässigt man die Dämpfung der Schallwelle durch das Medium, so ergibt sich der Wellenwiderstand  $Z_0$  zu:

$$Z_0 = \frac{p}{v} = \rho \cdot c \quad (5.5)$$

Die Einheit der akustischen Impedanz wird mit Rayl [ $\text{Ns/m}^3$ ] bezeichnet und stellt einen auf die Flächeneinheit bezogenen Widerstand dar. Man bezeichnet die Einheit wegen der Analogie zu elektrischen Schaltkreisen auch als

"akustisches Ohm". Faßt man die Gleichungen 5.2 bis 5.5 zusammen, so folgt für das Wechseldruckverhältnis von  $p_t$  zu  $p_i$ :

$$\frac{p_t}{p_i} = \frac{1}{1 + j \frac{\omega m'}{2\rho c}} \quad (5.6)$$

Mit der Definition des Transmissionsgrades (Gl. 5.1) ergibt sich dann:

$$\tau_{m0} = \frac{1}{1 + \left( \frac{\omega m'}{2\rho c} \right)^2} \quad (5.7)$$

$\tau_{m0}$  = Transmissionsgrad der Massenschalldämmung  
bei senkrechtem Schalleinfall

Für die Praxis ist die Angabe der Schalldämmzahl  $R$  für eine Platte aussagekräftiger als der Transmissionsgrad.  $R$  wird in dB (Dezibel) angegeben und ist definiert als:

$$R = 10 \lg \frac{\Pi_i}{\Pi_t} = 10 \lg \frac{1}{\tau} \quad (5.8)$$

$\Pi_i$  und  $\Pi_t$  bezeichnen die einfallende bzw. transmittierte Schalleistung. Mit Gleichung 5.7 und 5.8 ergibt sich das Massegesetz für die Schalldämmung der Platte bei senkrechtem Schalleinfall:

$$R_{m0} = 10 \lg \left[ 1 + \left( \frac{\omega m'}{2\rho c} \right)^2 \right] \quad (5.9)$$

Trifft der Schall unter einem Winkel  $\vartheta$  auf die Platte, so verringert sich der Massenwiderstand der Platte zu  $m' \cos \vartheta$ , so daß damit das Massegesetz bei schrägem Schalleinfall lautet:

$$R_m(\vartheta) = 10 \lg \left[ 1 + \left( \frac{\omega m \cos \vartheta}{2\rho c} \right)^2 \right] \quad (5.10)$$

Wird der Winkel  $\vartheta = 90^\circ$ , d.h. fällt der Schall parallel zur Platte ein, so folgt nach Gleichung 5.10  $R(90^\circ) = 0$ . Glücklicherweise spielt der streifende Schalleinfall in der Praxis keine große Rolle. Vielmehr ist bei einem Schalleinfall aus verschiedenen Richtungen die Angabe eines Grenzwinkels

$\vartheta_{lim} < 90^\circ$  möglich. Die Berechnung der Schalldämmung nach den Gleichungen 5.9 und 5.10 basiert auf vereinfachenden Annahmen, die das Resonanz- und Abstrahlverhalten der Platte unberücksichtigt lassen und nur den Massenwiderstand berücksichtigen.

Cremer /23/ benutzt bei der Ableitung der Schalldämmungsgesetze denselben zuvor dargelegten Weg, jedoch mit der Annahme, daß die Biegesteife der Platte berücksichtigt wird. Grundlage für die Ableitung des Schalldurchgangs ist das in Abb.11 dargestellte Wanelement der Masse  $m'$ . Die Darstellung berücksichtigt die Querkraft  $F$  und das Biegemoment  $M_b$ . Die Schalldrücke  $p_1$  und  $p_2$  beschleunigen das Wanelement und mit Hilfe des dynamischen Grundgesetzes folgt:

$$p_1 - p_2 + \frac{\partial F}{\partial y} = j\omega m'v \quad (5.11)$$

Über das Momentengleichgewicht am Wanelement ergibt sich die Beziehung zwischen Querkraft und Biegemoment:

$$F = \frac{\partial M_b}{\partial y} \quad (5.12)$$

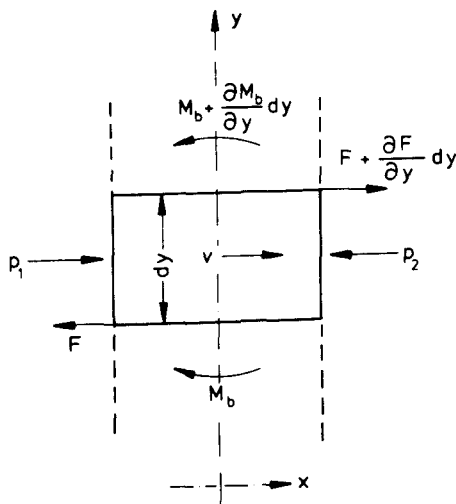


Abb. 11: Skizze zum Kräfte- und Momentengleichgewicht an einem Wanelement

Die Gleichung 5.12 besitzt unter der Voraussetzung, daß die Trägheitswirkung der Drehbewegung des Wanelementes vernachlässigbar ist Gültigkeit. Diese Voraussetzung ist bei in der Praxis auftretenden Wänden stets erfüllt.

Mit Hilfe des aus der Biegelehre bekannten Zusammenhanges zwischen Biegemomente, Biegesteife und Krümmung folgt:

$$M_b = -EI \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (5.13)$$

$u$  = Auslenkung der Platte

Bei der Betrachtung von Platten wird die Biegesteife  $B = E \cdot I$  mit einem auf die Breitereinheit bezogenen axialen Flächenträgheitsmoment  $I'$  gebildet und mit  $B'$  bezeichnet. Durch die Berücksichtigung der seitlich verhinderten Querkontraktion folgt der endgültige Ausdruck für die Biegesteifigkeit:

$$B' = \frac{EI'}{1 - \mu^2} \quad (5.14)$$

$\mu$  = Querkontraktionszahl

Die Auslenkung  $u$  und die Geschwindigkeit des Wandelementes  $v$  hängen wie folgt zusammen:

$$v = j\omega u \quad (5.15)$$

Die Ableitung der Querkraft nach 5.15 kann nun mit Hilfe der Gleichungen 5.13 und 5.15 ausgedrückt werden:

$$\frac{dF}{dy} = \frac{B'}{j\omega} \frac{\partial^4 v}{\partial y^4} \quad (5.16)$$

Gleichung 5.16 in die Gleichung 5.11 eingesetzt ergibt:

$$p_1 - p_2 = j\omega m'v + \frac{B'}{j\omega} \frac{\partial^4 v}{\partial y^4} \quad (5.17)$$

Unter der Annahme, daß die mitschwingende Wand durch die unter dem Winkel  $\vartheta$  einfallende Schallwelle geprägt ist, und diese den folgenden zeitlichen Verlauf hat:

$$e^{-j\frac{\omega}{c}y \sin \vartheta}$$

folgt für die Gleichung 5.17:



$$p_1 - p_2 = \left[ j\omega m' + \frac{\omega^3 B' \sin^4 \vartheta}{j c^4} \right] v \quad (5.18)$$

Der Klammerausdruck auf der rechten Seite der Gleichung 5.19 wird mit Trennimpedanz  $Z''_t$  bezeichnet:

$$Z''_t = j\omega m' + \frac{\omega^3 B' \sin^4 \vartheta}{j c^4} \quad (5.19)$$

Ein Vergleich der Gleichung 5.18 mit der Gleichung 5.2 ergibt, daß an die Stelle des Massenwiderstand die Trennimpedanz getreten ist. Wählt man anstelle der Bezeichnungen  $p_1$  und  $p_2$  für den Schalldruck die durch die Abb. 10 festgelegten Bezeichnungen, so folgt für die Plattenschnelle:

$$v = \frac{p_i + p_r - p_t}{Z''_t} \quad (5.20)$$

Zur weiteren Diskussion der Trennimpedanz wird der Ausdruck in Gleichung 5.19 in der folgenden Weise umgeformt:

$$Z''_t = \frac{B'}{j\omega} \left[ \frac{\omega^4}{c^4} \sin^4 \vartheta - \frac{\omega^2 m'}{B'} \right] \quad (5.21)$$

Der Quotient aus Kreisfrequenz und Schallgeschwindigkeit ist gleich der Wellenzahl  $k$ :

$$k = \frac{\omega}{c} \quad (5.22)$$

In dem zweiten Ausdruck in der Klammer der Gleichung 5.21 steckt die Biege-  
wellenzahl  $k_B$ :

$$k_B = \frac{2\pi}{\lambda_B} \quad (5.23)$$

Die Biegewellenlänge  $\lambda_B$  ergibt sich mit Hilfe der Definition für die Phasengeschwindigkeit der Biegewelle  $c_B$ :

$$c_B = \sqrt[4]{\frac{B'}{m'}} \cdot \sqrt{\omega} \quad (5.24)$$

$$\lambda_B = \frac{c_B}{f_B} = \frac{\sqrt[4]{\frac{B'}{m'}} \cdot \sqrt{\omega}}{f_B} \quad (5.25)$$

Mit der Gleichung 5.23 kann dann für die Biegewellenzahl geschrieben werden:

$$k_B = \sqrt[2]{\omega} \sqrt[4]{\frac{m'}{B'}} \quad (5.26)$$

Damit folgt für die Trennimpedanz:

$$Z_T'' = \frac{B'(k^4 \sin^4 \vartheta - k_B^4)}{j\omega} \quad (5.27)$$

Zur Ermittlung des Schalldämmmaßes wird derselbe Rechnungsgang wie vorhin angewendet:

$$R(\vartheta) = 10 \lg \left| 1 + \frac{Z_T'' \cos \vartheta}{2\rho c} \right|^2 \quad (5.28)$$

An die Stelle des Massenwiderstandes  $j\omega m'$  (Massenreaktanz) in Gleichung 5.7 ist die Trennimpedanz  $Z_T''$  in Gleichung 5.29 getreten. Die Trennimpedanz ist eine frequenzabhängige Größe. Niedrige Frequenzen bedeuten für  $Z_T''$ , daß in der Klammer  $k_B^4 \gg k^4 \sin^4 \vartheta$  wird. Die Trennimpedanz kann dann näherungsweise geschrieben werden:

$$Z_T'' \approx - \frac{B' k_B^4}{j\omega} \quad (5.29)$$

gültig für:  $k^4 \sin^4 \vartheta \ll k_B^4$  bzw.  $\lambda_B > \lambda$

Die Wellenzahl  $k_B$  kann in Gleichung 5.29 durch die Gleichung 5.26 ausgedrückt werden. Die Trennimpedanz wird dann zur reinen Massenreaktanz

$Z_T'' = j\omega m'$  und Gleichung 5.28 entspricht dem Massegesetz von Gleichung 5.10.

Bei streifendem Schalleinfall und Gleichheit der Biegewellenlänge mit der Schallwellenlänge des Mediums ( $\lambda_B = \lambda$ ) verschwindet die Trennimpedanz und die Schalldämmung wird theoretisch zu Null. Dabei ist zu bedenken, daß

in den bisherigen Darstellungen die innere Dissipation in der Platte unberücksichtigt blieb. In der Praxis muß jedoch dieser Dissipationsanteil berücksichtigt werden, so daß sich eine minimale Schalldämmung ergibt. Die Frequenz bei der die beiden Wellenlängen übereinstimmen, ergibt sich zu:

$$\lambda = \lambda_B$$

$$\frac{c}{f} = \frac{c_B}{f_B} = \frac{\sqrt{\frac{B'}{m'}} \cdot \sqrt{\omega}}{f_B} \quad (5.30)$$

Die Phasengeschwindigkeit der Biegewelle ist frequenzabhängig und hat nur für eine unendliche sinusförmige Welle die Bedeutung einer Ausbreitungsgeschwindigkeit. Für Platten der Dicke  $h$  läßt sich  $c_B$  mit Hilfe der Longitudinalwellen-Geschwindigkeit näherungsweise ausdrücken:

$$c_B \approx \sqrt{\frac{2 \cdot \pi \cdot c_L \cdot h \cdot f}{\sqrt{12}}} \quad (5.31)$$

Damit kann die Frequenz bei der beide Wellenlängen gleich sind, angegeben werden:

$$f_g = \frac{\sqrt{3} \cdot c^2}{\pi \cdot c_L \cdot h} \quad (5.32)$$

Mit  $f_g$  wird die Grenzfrequenz bezeichnet, also die Frequenz bei der beide Wellenlängen gleich sind und die Schalldämmung ein Minimum aufweist. In Abb. 12 sind die Wellenlängen von Luft und Helium für die bei den Schalldurchgangsversuchen verwendeten Stahlplatten von 1,5 mm und 4 mm Dicke als Funktion der Frequenz aufgetragen. Die Grenzfrequenzen in Helium liegen sehr hoch, so daß bei den Untersuchungen in Helium über einen sehr weiten Frequenzbereich das reine Massegesetz im wesentlichen bestimmend für den Schalldurchgang ist.

Oberhalb der Grenzfrequenz kann immer eine Einfallsrichtung des Schalls angegeben werden, für die der Klammerausdruck in Gleichung 5.27 zu Null wird. Die Bedingung lautet:

$$\lambda_B = \frac{\lambda}{\sin \vartheta} \quad (5.33)$$

Die Biegewellenlänge ist größer als die Wellenlänge im Medium. Auch für diesen Fall ergibt sich ein Minimum der Schalldämmung. L. Cremer bezeichnet diesen Effekt als "Spuranpassung" und zwar aus der Anschauung heraus, daß

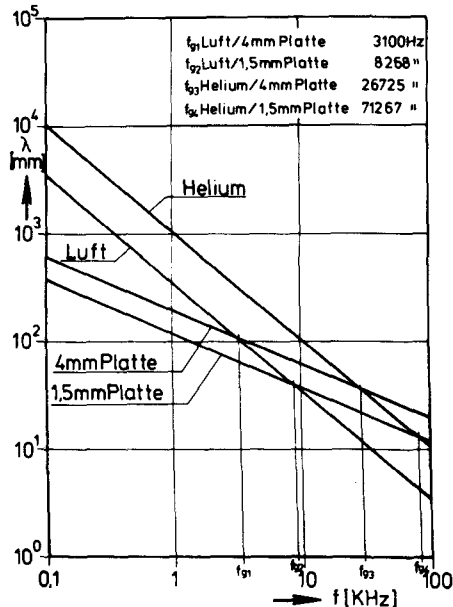


Abb. 12:

Wellenlängen von Luft Helium und 1,5 mm und 4 mm dicken Stahlplatten als Funktion der Frequenz

die Spur der Schallwellenlänge  $\frac{\lambda}{\sin \vartheta}$ , worunter man die auf der Platte durch den Schalldruck erzeugte Spurwelle versteht, mit der Biegewellenlänge übereinstimmt. Der Begriff Spuranpassung schließt auch den Punkt  $\lambda = \lambda_B$  ein. In Abb. 13 ist noch einmal eine schematische Darstellung der Verhältnisse beim Schalldurchgang durch eine Platte dargestellt:

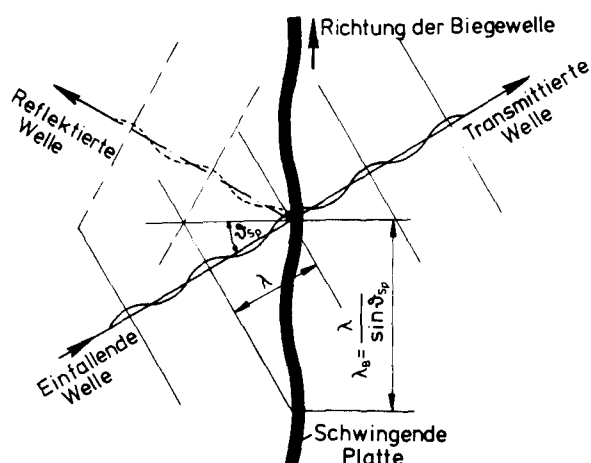


Abb. 13:

Schematische Skizze zum Schalldurchgang bei schrägem Einfall

Aus Abb. 13 ist zu entnehmen, daß die Richtung der durchgelassenen Welle der der einfallenden Welle entspricht. Würde die Platte, wie am Anfang dieses

Abschnittes angenommen, als ganzes schwingen, so würden die in den Abständen von  $\frac{\lambda}{2 \sin \vartheta}$  gegenphasig wirkenden Erregungen sich gegenseitig aufheben. Man muß daher bei der Berücksichtigung der Biegesteife davon ausgehen, daß die einzelnen Wandelemente sich mit gleicher Phasenverschiebung gegeneinander bewegen, wie sie der Schalldruck der einfallenden Welle vor der Wand aufweist. Diese von Cremer /25/ abgegebene Erläuterung erlaubt dann die Darstellung in Abb. 13. Cremer beschreibt in /25/ außerdem ein Experiment, das von R. Berger durchgeführt wurde und im Ergebnis zu dem Schluß führt, daß sich die Wandelemente weitgehend unabhängig voneinander bewegen. Berger belastete nämlich eine für Schalldurchgangsmessungen bestimmte Decke mit einem Gewicht, das viermal so schwer wie die Decke war. Es ergab sich trotz dieser Belastung nur eine unwesentliche Erhöhung der Schalldämmung. Da die Belastung nahezu punktförmig aufgebracht wurde, konnten nur Wandelemente in direkter Nähe des Gewichtes beeinflußt werden. Die Schallwelle kann also ihre Druckverteilung der Wand aufprägen und aus der Gleichheit der Spurlängengeschwindigkeit, also der Geschwindigkeit mit der die Spur sich über die Platte bewegt, zu beiden Seiten der Platten ergibt sich zwangsläufig, daß die Richtung der Schallwelle beim "Durchtritt" durch die Wand beibehalten wird.

Der Einfallswinkel für die Spuranpassung wird als Spuranpassungswinkel bezeichnet und kann mit Gleichung 5.32 und 5.33 angegeben werden:

$$\sin \vartheta_{Sp} = \sqrt{\frac{f_g}{f}} \quad (5.34)$$

Die Trennimpedanz stellt oberhalb der Grenzfrequenz für Einfallswinkel, die größer als der Spuranpassungswinkel sind, einen mit der dritten Potenz der Frequenz steigenden Steifigkeitswiderstand dar:

$$Z_t'' = \frac{\omega^3 B' \sin^4 \vartheta}{j c^4} \quad (5.35)$$

Einfallsrichtungen, deren Winkel kleiner als der Spuranpassungswinkel ist, lassen wieder die Näherung von Gleichung 5.29 zu und die Trennimpedanz wird zur reinen Massenreaktanz. Wegen der Frequenzabhängigkeit des Spuranpassungswinkels nähert dieser sich mit steigender Frequenz dem Wert  $\vartheta_{Sp} = 0^\circ$ . Wird ein aus allen Richtungen einfallendes Schallfeld vorausgesetzt, so sind die Schalldämmung und die Schnelle der Wand wesentlich durch das Verhalten der

Platte in der Nähe des Spuranpassungswinkels bestimmt. Weil mit steigender Frequenz der Spuranpassungswinkel immer kleiner wird, hat die Steifigkeit der Platte im höheren Frequenzbereich wenig Einfluß auf die Schalldämmung (siehe Gleichung 5.35), so daß dann das Massegesetz wieder näherungsweise zur Vorausberechnung der Schalldämmung benutzt werden kann.

### 5.2.2 Schalldämmung einer Platte bei diffusem Schalleinfall

In Abschnitt 5.21 wurde die Schalldämmung beim Schalleinfall aus einer Richtung betrachtet. Die Schallfelder in abgeschlossenen Räumen mit reflektierenden Begrenzungswänden bestehen aus Schallwellen, die aus verschiedenen Richtungen auf die Wände einfallen. Je öfter der Schall reflektiert wird, desto weniger richtungsabhängig wird das einfallende Schallfeld. Unter den Voraussetzungen, daß alle Einfallsrichtungen des Schalls gleichwahrscheinlich sind, liegt ein diffuser Schalleinfall vor.

In der Praxis liegen sehr oft Bedingungen vor, die näherungsweise durch einen diffusen Schalleinfall beschreibbar sind, so daß die Ableitung von Berechnungsformeln unter den idealisierten Bedingungen des diffusen Schalleinfalls für die Praxis wichtige Berechnungsgrundlagen darstellen.

Cremer/Heckl /24/ schlagen vor in Gl. 5.10 für die Berechnung der Schalldämmung nach dem Massegesetz, näherungsweise den  $\cos \vartheta = 1/2$  zu setzen, wenn ein diffuser Schalleinfall von ebenen Wellen vorliegt:

$$R_{md} \approx 10 \lg \left[ 1 + \left( \frac{\omega m}{4 \rho c} \right)^2 \right] \quad (5.36)$$

$R_{md}$  = Massendämmung bei diffusem Schalleinfall

Beranek /26/ und Cummings /27/ geben einen Lösungsweg an, bei dem ein mittlerer Transmissionsgrad  $\bar{\tau}$  durch numerische Integration gewonnen wird:

$$\bar{\tau} = \frac{\int_0^{\vartheta_{\text{lim}}} \tau(\vartheta) \cos \vartheta \cdot \sin \vartheta \, d\vartheta}{\int_0^{\vartheta_{\text{lim}}} \cos \vartheta \cdot \sin \vartheta \, d\vartheta} \quad (5.37)$$

$\vartheta_{\text{lim}}$  = Grenzwinkel des Schalleinfalls

Der winkelabhängige Transmissionsgrad  $\tau(\vartheta)$  wird von ihnen unter Berücksichtigung der inneren Dissipation der Platte, die oberhalb der Grenzfrequenz einen Einfluß auf die Schalldämmung besitzt (siehe auch Abb. 15), angegeben zu:

$$\tau(\vartheta) = \left\{ \left[ 1 + \eta_{\text{int}} \frac{\omega m'}{2 \rho c} \cdot \left( \frac{f}{f_g} \right)^2 \cos \vartheta \cdot \sin^4 \vartheta \right]^2 + \left[ \left( \frac{\omega m'}{2 \rho c} \cdot \cos \vartheta \right) \left( 1 - \left( \frac{f}{f_g} \right)^2 \sin^4 \vartheta \right) \right]^2 \right\}^{-1} \quad (5.38)$$

In Gleichung 5.38 ist die Trennimpedanz unter Berücksichtigung der inneren Verluste der Platte bei der Ableitung verwendet worden. Die innere Dissipation der Platte kann mit Hilfe eines komplexen E-Moduls berücksichtigt werden:

$$E^* = E (1 + j \eta_{\text{int}}) \quad (5.39)$$

$\eta_{\text{int}}$  = innerer Verlustfaktor der Platte

Die Trennimpedanz erhält mit Gleichung 5.39 die folgende Form:

$$Z_t'' = j \omega m' - j \frac{B' \omega^3 \sin^4 \vartheta}{c^4} + \eta_{\text{int}} \cdot \frac{B' \omega^3 \sin^4 \vartheta}{c^4} \quad (5.40)$$

Setzt man diesen Ausdruck in Gleichung 5.28 ein und verwendet danach noch Gleichung 5.32, so erhält man  $\tau(\vartheta)$  gemäß Gleichung 5.38. Das Schalldämmmaß bei diffusem Schalleinfall  $R_d$  ergibt sich durch numerische Integration der Gleichung 5.37 und nachfolgendes Einsetzen in:

$$R_d = 10 \lg (1/\bar{\tau}) \quad (5.41)$$



Die Berechnung der Schalldämmung nach Gl. 5.41 ist oft langwierig und daher nicht geeignet für eine schnelle und einfache Berechnung, wie sie in der Praxis häufig bei der Ermittlung des Schalldurchganges notwendig ist. Be- findet man sich unterhalb der Grenzfrequenz, so darf als oberster Wert für die Schalldämmung das Schalldämmmaß für den senkrechten Schalleinfall ange- nommen werden und die Rechnung kann mit Gleichung 5.9 durchgeführt werden. Beranek /28/ gibt noch eine Näherungsformel für die Massenschalldämmung bei diffusem Schalleinfall an. Dazu setzt er den Transmissionsgrad  $\tau$  (5) nach dem Massegesetz (in Gl. 5.10) wiedergegeben) in die Gleichung 5.37 ein und findet eine für  $R_{mo} > 15$  dB gültige Berechnungsformel:

$$R_{md} = R_{mo} - 10 \lg (0,23 R_{mo}) \quad (5.42)$$

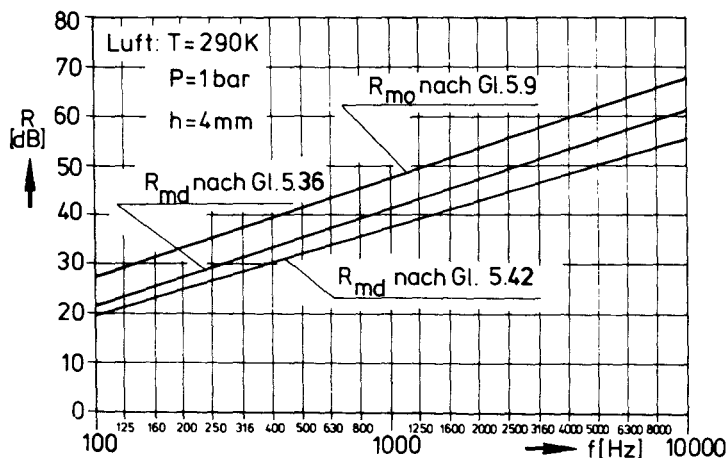


Abb. 14:

Berechnete Schalldämmmaße einer 4 mm dicken Stahlplatte nach Formeln für die Massenschalldämmung

In Abb. 14 sind die berechneten Schalldämmmaße für die reine Massenschalldämmung unter Berücksichtigung des senkrechten und des diffusen Schalleinfalls als Funktion der Frequenz dargestellt. Es zeigt sich, daß die Gleichung nach Cremer/Heckl /24/ die Schalldämmung höher bewertet, als die von Beranek /26/ angegebene Formel. Der Unterschied kann dadurch erklärt werden, daß die Vereinfachung bei Beranek erst nach erfolgter Integration vorgenommen wurde und somit die Diffusität des Schalleinfalls besser berücksichtigt, während in /24/ eine Mittelung über die Einfallsrichtungen des Schalls vorweggenommen wurde, um sich die Integration zu sparen. Das Schalldämmmaß für den senkrechten Schalleinfall  $R_{mo}$  gibt die Schalldämmung von Festkörpern mit Ausnahme der senkrecht einfallenden Schallwelle zu hoch an und kann daher als maximal mögliche Schalldämmung angesehen werden.

Einen Vergleich des Schalldämmmaßes  $R_d$ , das mit Hilfe der Gleichungen 5.37 und 5.38 durch numerische Integration berechnet wurde, mit den in Abb. 14 dargestellten Schalldämmmaßen  $R_{md}$  enthält die Abb. 15. Unterhalb der Grenzfrequenz erfolgt der Anstieg aller Kurven ungefähr gleich, was die Gültigkeit des Massegesetzes für diesen Frequenzbereich unterstreicht. Die inneren Verluste der Platte spielen hier nur eine geringe Rolle und ergeben rein rechnerisch keinen zeichnerisch darstellbaren Unterschied. Oberhalb der Grenzfrequenz sind die Auswirkungen verschiedener innerer Verlustfaktoren

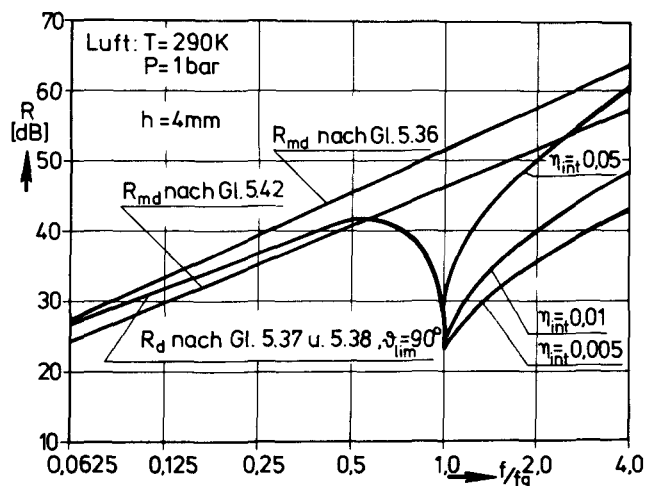


Abb. 15:

Vergleich der Massenschalldämmung mit der Schalldämmung bei Berücksichtigung der Biegesteife und der inneren Verluste einer 4 mm dicken Stahlplatte

$\eta_{int}$  deutlich zu erkennen. Die minimale Schalldämmung bei der Spuranpassung ist ebenfalls von der Größe der inneren Verluste abhängig. Die genaue Bestimmung des inneren Verlustfaktors ist in diesem Frequenzbereich von besonderer Wichtigkeit und sollte daher in den Experimenten so exakt wie möglich ermittelt werden.

### 5.2.3 Schalldämmung einer Doppelplatte bei senkrechtem und schrägem Schalleinfall

Die Schalldämmung einer Doppelplatte, die aus zwei mechanisch voneinander getrennten Einzelplatten besteht, hängt von den folgenden Größen ab:

1. Massenbelegung der einzelnen Platten  $m' = \rho_p \cdot h$
2. Abstand der Platten voneinander
3. Grenzfrequenz jeder Platte
4. Einfallswinkel des Schalls
5. Resonanzfrequenz des gekoppelten Systems:

Platte - Medium - Platte; der sogenannten  
"Tonpilz-Eigenfrequenz" der Trennwand

6. Dickenresonanzen des Mediumpolsters zwischen den Platten
7. Dichte und Schallgeschwindigkeit des umgebenden Mediums

Zwingt man den Schall durch die Hintereinanderschaltung von zwei oder mehreren Metallplatten zu mehrfachen Medienwechseln, so führt das im allgemeinen zu einer höheren Schalldämmung, als bei einer Platte, die der Dicke der beiden Platten entspricht. Dabei wird der Schall mehrmals von Luftschall (bzw. allgemein von Schall in einem gasförmigen Medium) in Körperschall und umgekehrt umgewandelt. Um die Auswirkung der Spuranpassung so gering wie möglich zu halten, verwendet man in der Praxis im allgemeinen Platten ungleicher Dicke, weil dann die Grenzfrequenzen nicht gleich sind.

Das Auftreten der Tonpilz-Eigenfrequenz und der Dickenresonanzen macht deutlich, daß die Doppelplatte ein Gesamtsystem darstellt. Die Bezeichnung "Tonpilz" ergibt sich aus der Vorstellung, daß die beiden Platten als Massen und das Mediumpolster als Feder darstellbar sind. Die Dickenresonanzen sind Resonanzfrequenzen des Mediumpolsters. Die Kopplung der beiden Platten über das Mediumpolster des Zwischenraumes muß in der Berechnung der Schalldämmung zum Ausdruck kommen.

A. London /29/ gibt eine ausführliche Darstellung der Ableitung der Berechnungsformeln für die Schalldämmung einer Doppelplatte mit gleichen Plattendicken an. Er formuliert dabei die Wechseldruckdifferenzen in derselben Weise wie dies in Abschnitt 5.2.1 geschah.

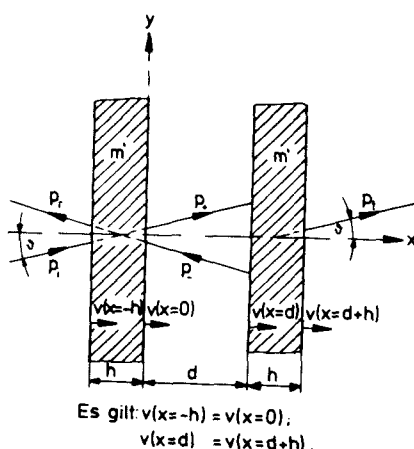


Abb. 16:

Geometrische Darstellung  
des Schalldurchganges  
durch eine Doppelwand bei  
schrägem Schalleinfall

Auch hier gilt wie schon bei der Abb. 13 erläutert, daß die Schallwellen ihre Richtung beibehalten. Zur weiteren Vereinfachung wurde der Ausgangspunkt der transmittierten Welle mit der Koordinate  $y = 0$  belegt. Führt man eine Bilanzierung anhand der Abb. 16 für eine Doppelplatte mit gleichen Plattendicken und gleichem Plattenmaterial durch, so folgt:

$$\frac{P_t}{P_i} = 1 + \frac{Z_T'' \cos \vartheta}{\rho \cdot c} + \left( \frac{Z_T'' \cos \vartheta}{2 \rho c} \right)^2 \left( 1 - e^{-2 \frac{\omega d}{c} \cos \vartheta} \right) \quad (5.43)$$

Wird in Gleichung 5.43  $d = 0$  eingesetzt, so ergibt sich automatisch die Schalldämmung einer Platte (siehe Gl. 5.28). Zur Ermittlung des Massegesetzes für die Doppelplatte werden die Trennimpedanzen der Platten als reine Massenreaktanzen  $Z_T'' = j \omega m'$  betrachtet. Damit kann dann für eine Doppelplatte gleicher Plattendicke das Schalldämmmaß der Massenschalldämmung berechnet werden:

$$R_m(\vartheta) = 10 \lg \left\{ 1 + 4 \left( \frac{\omega m'}{2 \rho c} \cos \vartheta \right)^2 \left[ \cos \left( \frac{\omega d}{c} \cos \vartheta \right) - \frac{\omega m'}{2 \rho c} \cos \vartheta \cdot \sin \left( \frac{\omega d}{c} \cos \vartheta \right) \right]^2 \right\} \quad (5.44)$$

Die Schalldämmung nach Gleichung 5.44 verschwindet, wenn der Klammerausdruck

$$\cos \left( \frac{\omega d}{c} \cos \vartheta \right) - \frac{\omega m'}{2 \rho c} \cos \vartheta \cdot \sin \left( \frac{\omega d}{c} \cos \vartheta \right) \stackrel{!}{=} 0 \quad (5.45)$$

gesetzt wird. Die Bedingung 5.45 läßt sich nur durch eine Näherung erreichen, indem die bei weiterer Umformung von 5.45 entstehende Tangensfunktion durch ihr Argument ersetzt werden darf:

$$\tan \left( \frac{\omega d}{c} \cos \vartheta \right) = \frac{2 \rho c}{\omega m'} \quad (5.46)$$

$$\Rightarrow \frac{\omega d}{c} \cos \vartheta \approx \frac{2 \rho c}{\omega m'} \quad (5.47)$$

Die Näherung in Gleichung 5.47 besitzt Gültigkeit für kleine Werte des Argumentes des Tangens. Diese Bedingung wird erfüllt für Frequenzen mit Wellenlängen  $\lambda \gg d$ . Aus der Gleichung 5.47 ergeben sich Einfallsrichtun-

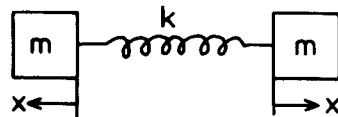
gen und Frequenzen für minimale Schalldämmung:

$$f(\vartheta) = \frac{1}{2\pi \cos \vartheta} \sqrt{\frac{2\rho c^2}{m'd}} \quad (5.48)$$

Für  $\vartheta = 0^\circ$ , also senkrechten Schalleinfall, ergibt sich die sogenannte "Tonpilz-Eigenfrequenz" :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2\rho c^2}{m'd}} \quad (5.49)$$

Die Bezeichnung Tonpilz-Eigenfrequenz ergibt sich aus der Anschauung heraus, daß bei dieser Frequenz die Platten durch zwei Massen und das Mediumpolster zwischen ihnen als Feder dargestellt werden kann. Für dieses System wurde die Bezeichnung "Tonpilz" vorgeschlagen /23/. Cummings /27/ benutzte die gerade dargelegte Vorstellung, um zu beweisen, daß sich das Mediumpolster wie eine Feder und die Platten wie träge Massen mit der Eigenfrequenz für diese Anordnung, wie in Gleichung 5.49 angegeben, verhalten. Er stellte dazu die Bewegungsgleichung des folgenden Systems auf:



Die Massenbelegung  $m'$  der Platten sei durch  $m$  ersetzt und es folgt:

$$m\ddot{x} - 2kx = 0 \quad (5.50)$$

$$k = \frac{\kappa p}{d} = \text{Federsteifigkeit des Mediumpolsters}$$

Mit Hilfe des Lösungsansatzes  $x = Ae^{j\omega t}$  ergibt sich die Eigenkreisfrequenz des Systems:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2\kappa p}{md}} \quad (5.51)$$

Wird die Schallgeschwindigkeit  $c = \sqrt{\frac{\kappa p}{\rho}}$  in die Gleichung 5.51 eingesetzt, so erhält man die Gleichung 5.49. Die Schalldämmung wird bei der Tonpilz-Eigenfrequenz ohne Berücksichtigung der Biegesteife und der inneren Verluste zu Null.

Die rechte Seite der Gleichung 5.46 nähert sich mit steigender Frequenz dem Wert Null, so daß dann mit Hilfe der Nullstellen des Tangens geschrieben werden darf:

$$\frac{\omega d}{c} \cos \vartheta \approx n\pi, \quad n=0,1,2,\dots \quad (5.52)$$

Wegen  $\omega > 0$  muß ab der zweiten Nullstelle die Gleichung 5.52 betrachtet werden. Setzt man senkrechten Schalleinfall voraus, so folgt:

$$f_n = \frac{n \cdot c}{2 \cdot d} \quad (5.53)$$

Die Frequenzen in Gleichung 5.53 stellen die Resonanzen des Mediumpolsters zwischen den Platten dar und werden als "Dickenresonanzen" der Doppelplatte bezeichnet. Die Schalldämmung weist an diesen Resonanzstellen Minima auf.

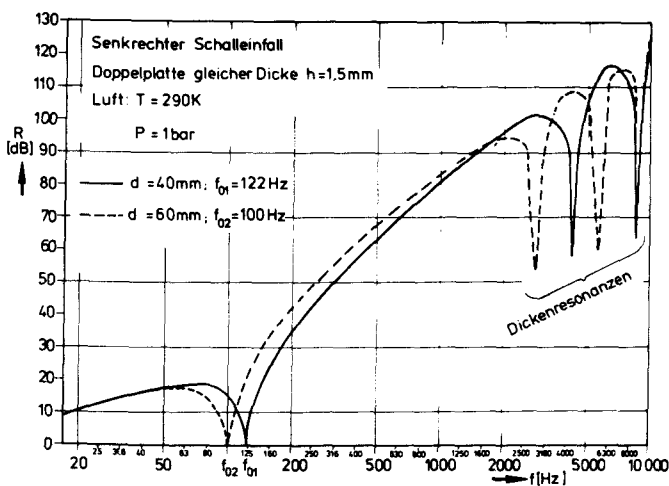


Abb. 17:

Berechnetes Schalldämmmaß zweier gleichdicker Doppelplatten mit zwei verschiedenen Plattenabständen nach dem Massenschalldämmungsgesetz Gl. 5.44

Die Abb. 17 zeigt die Wirkung der bei der Doppelplatte auftretenden Resonanzstellen auf das Schalldämmmaß. Unterhalb von  $f_{01}$  bzw.  $f_{02}$  erfolgt der Anstieg der Schalldämmung mit 6 dB/Oktav wie er sich durch das Massegesetz ergibt. Oberhalb dieser Frequenz steigt die Schalldämmung jedoch erheblich stärker an, nämlich mit 18 dB/Oktav. Dieser vorausberechnete Anstieg der Schalldämmung kann in der Praxis nur durch besonders dicke und dichte Wände nachgewiesen werden. Im allgemeinen ergeben sich aufgrund der Biegesteife und der Schallabstrahlung von den Rändern geringere Schalldämmungszuwächse. Die Dickenresonanzen im oberen Frequenzbereich führen dann wieder zu einer erheblichen Verminderung der Schalldämmung.

Unter Zugrundelegung desselben Ansatzes wie ihn Londen /29/ benutzt, wurde hier das Schalldämmmaß für eine Doppelplatte ungleicher Plattendicken unter der Voraussetzung reiner Massenschalldämmung hergeleitet. Nach einigen Umformungen kann für das Schalldämmmaß geschrieben werden:

$$R_m(\vartheta) = 10 \lg \left\{ 1 + \frac{\omega^2 m_1' m_2'}{\rho^2 c^2} \cos^2 \vartheta \cdot \left[ \cos \beta - \frac{\omega}{2\rho c} \sqrt{m_1' m_2'} \cos \vartheta \sin \beta \right]^2 - \cos \vartheta \sin \beta \cos \beta \left( \sqrt{\frac{\omega m_1'}{2\rho c}} - \sqrt{\frac{\omega m_2'}{2\rho c}} \right)^2 + \frac{1}{4} \frac{(m_1' - m_2')^2}{m_1' m_2'} \right\} \quad (5,54)$$

mit  $\beta = \frac{\omega d}{c} \cos \vartheta$

Für  $m_1' = m_2'$  geht Gleichung 5.54 in das Massegesetz für die Doppelplatte gleicher Plattendicken (Gleichung 5.44) über. Die Tonpilz-Eigenfrequenz  $f_0$  für die Doppelplatte ungleicher Dicke folgt aus derselben Bedingung wie für die Doppelplatte gleicher Plattendicken:

$$\left[ \cos \beta - \frac{\omega}{2\rho c} \sqrt{m_1' m_2'} \sin \beta \right]^2 - \sin \beta \cos \beta \left( \sqrt{\frac{\omega m_1'}{2\rho c}} - \sqrt{\frac{\omega m_2'}{2\rho c}} \right)^2 + \frac{1}{4} \frac{(m_1' - m_2')^2}{m_1' m_2'} \stackrel{!}{=} 0 \quad (5.55)$$

Bei der Betrachtung kleiner  $\beta$ -Werte ( $\lambda \gg d$ ), also Beschränkung auf den unteren Frequenzbereich, weil die Plattenabstände in der Praxis nicht zu groß gewählt werden, sollen die folgenden Näherungen gelten:

$$\cos^2 \beta \approx 1 \quad ; \quad \tan \beta \approx \beta$$

Unter der Voraussetzung, daß  $\vartheta < 90^\circ$  ist, kann dann die Gleichung 5.55 durch  $\cos^2 \beta$  dividiert werden. Es folgt dann mit der Anwendung der Näherungen:

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\omega}{2\rho c} \right)^2 \tan^2 \beta - \left( \frac{1}{m_1'} + \frac{1}{m_2'} \right) \frac{\omega}{2\rho c} \tan \beta = - \frac{1}{4} \left( \frac{1}{m_1'} + \frac{1}{m_2'} \right)^2 \\ & \Rightarrow \left[ \tan \beta - \frac{\rho c}{\omega} \left( \frac{1}{m_1'} + \frac{1}{m_2'} \right) \right]^2 = 0 \\ & \Rightarrow \beta = \frac{\rho c}{\omega} \left( \frac{1}{m_1'} + \frac{1}{m_2'} \right) \end{aligned} \quad (5.56)$$

Daraus ergibt sich für  $f_0$ :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\rho c^2}{d} \left( \frac{1}{m'_1} + \frac{1}{m'_2} \right)} \quad (5.57)$$

Die Berücksichtigung der Biegesteife bei der Berechnung der Schalldämmung der Doppelplatte macht die Formeln 5.44 und 5.54 sehr umfangreich und soll hier nicht dargelegt werden, weil dieses Problem ohnehin noch in Abschnitt 5.3.3 mit Hilfe der statistischen Energieanalyse gelöst wird.

#### 5.2.4 Schalldämmung einer Doppelplatte bei diffusem Schalleinfall

Bei diffusem Schalleinfall muß wie in 5.2.2 eine mittlere Schalldämmzahl  $R_{md}$  durch numerische Integration ermittelt werden. Wegen der Winkelabhängigkeit der Gleichungen 5.48 und 5.52 ist bei diffusem Schalleinfall innerhalb der mit diesen Gleichungen festgelegten Frequenzbänder durch die Resonanzen mit verminderter Schalldämmung zu rechnen. Cummings /27/ bezeichnet die sich nach der Gleichung 5.48 ergebenden Grenzwerte mit "Lower London Frequency" ( $llf = f(\vartheta = 0^\circ)$ ) und "Upper London Frequency" ( $ulf = f(\vartheta = \vartheta_{lim})$ ).

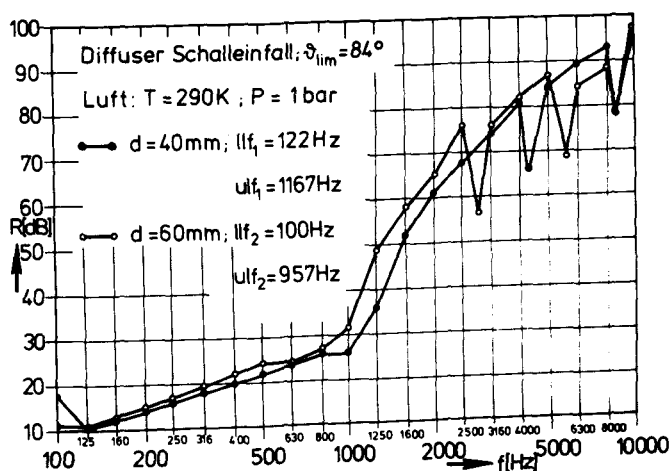


Abb. 18:

Darstellung der mit Hilfe der numerischen Integration ermittelten Massenschalldämmung von Doppelplatten gleicher Plattendicke von 1,5 mm und zwei verschiedenen Abständen.

Die Abb. 18 stellt die berechneten Verläufe der Massenschalldämmung zweier Doppelplatten mit verschiedenen Plattenabständen dar. Man erkennt deutlich die Wirkung der Masse-Medium-Masse Resonanz im unteren Frequenzbereich, die zu einer wesentlichen Verminderung der Schalldämmung im Vergleich zur Abb. 17 führt. Die Dickenresonanzen treten deutlich heraus, bewirken allerdings nicht ein so großes Minimum wie in Abb. 17. Der Grenzwinkel  $\vartheta_{lim} = 84^\circ$



wurde in Anlehnung an die Arbeiten von Cummings /27/ gewählt und soll bei allen numerischen Integrationen benutzt werden.

### 5.3 Ermittlung des Schalldurchganges mit Hilfe der statistischen Energieanalyse (SEA)-----

#### 5.3.1 Grundlagen des Verfahrens

Bei den bislang abgeleiteten Gesetzmäßigkeiten wurden die Trennplatten als unendlich ausgedehnt angenommen und deren Schalldämmung mit Hilfe sogenannter Trennimpedanzen berechnet. Die Betrachtung dünner endlicher Platten macht jedoch eine zusätzliche Berücksichtigung der von den Rändern zu erwartenden Schallabstrahlung bei fester Einspannung erforderlich. Finden die Untersuchungen, wie in dieser Arbeit geschildert, in kleinen Räumen statt, so müssen auch die Auswirkungen der Raumparameter in die Betrachtungen einfließen. Im Hinblick auf die Ermittlung der Energieaufnahme komplizierter Strukturen ist es gerechtfertigt, hier noch eine zusätzliche Methode zur Berechnung des Schalldurchganges darzulegen, die auch die beiden vorher angeführten Punkte berücksichtigen kann.

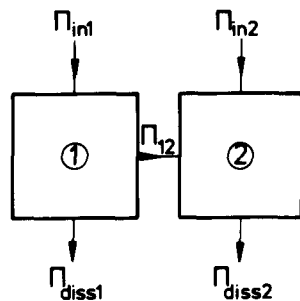
Wird eine Struktur mit einem breitbandigen Geräusch (z.B. weißes Rauschen mit Terzbandbreite) angeregt, so kann die Energieaufnahme der Struktur näherungsweise mit Hilfe von Kopplungsfaktoren und Resonanzmodendichten beschrieben werden. Dabei besteht die Forderung, daß die Modendichte genügend groß ist und jede Resonanzstelle im Mittel den gleichen Energiebetrag aus der Anregung aufnimmt. Das Verhalten der Struktur kann dann mit statistischen Größen beschrieben werden. Das Berechnungsverfahren wird "statistische Energieanalyse" (SEA) genannt. Die Bezeichnung SEA macht deutlich, daß die Energie die Hauptvariable bei der Analyse der Systeme ist.

Scharton und Lyon /30/ und /31/ und Lyon und Maidanik /32/ untersuchen den Leistungsfluß zwischen linear gekoppelten Oszillatoren bei breitbandiger Anregung mit dem Ergebnis, daß der Leistungsfluß zwischen den Oszillatoren proportional zu den zeitlich gemittelten Energien der einzelnen Schwingungssysteme ist. Eichler /33/ zeigt, daß dieser Vorgang analog zum Wärmeaustausch zwischen Systemen unterschiedlicher Temperatur gesehen werden kann.

Die Temperatur eines Systems entspricht der mittleren Modenenergie des Schwingungssystems. Der Energieaustausch erfolgt dann in Richtung des Modenenergie-Gefälles. Lyon /18/ gibt eine umfassende Darstellung der theoretischen Grundlagen der SEA und erläutert diese Berechnungsmethode anhand von Anwendungsbeispielen. Dabei behandelt er auch den Schalldurchgang durch Trennplatten. Je besser die Voraussetzung einer möglichst hohen Resonanzmodendichte für jedes System erfüllt ist, desto genauer wird die Berechnung von Schalldurchgängen oder Schwingungsantworten. Die Berechnung der Leistungsflüsse zwischen den Systemen erfolgt durch Energiebilanzierungen an den Systemen. Für den Leistungsfluß zwischen zwei Schwingungssystemen kann dann anhand des Modells in Abb. 19 die Bilanzierung vorgenommen werden:

Abb. 19:

SEA-Modell für den Leistungsfluß zweier Schwingungssysteme



$\Pi_{in1,2}$  = Induzierte Leistungen in System 1 und 2

$\Pi_{diss1,2}$  = Dissipierte Leistungen in System 1 und 2

$\Pi_{12}$  = Leistungsaustausch zwischen den Systemen 1 und 2

Die Bilanzen ergeben dann folgende Gleichungen:

$$\Pi_{in1} = \Pi_{diss1} + \Pi_{12} \quad (5.58)$$

$$\Pi_{in2} = \Pi_{diss2} - \Pi_{12} \quad (5.59)$$

Die Leistungen eines Systems innerhalb einer Bandbreite können mit Hilfe eines Leistungsspektrums (Power-Spectral-Density (PSD)) bestimmt werden. Geht man z.B. von einem Verlauf der Energiekurve über der Frequenz wie in Abb. 20 aus, so kann die Leistung mit

$$\Pi(\Delta f) = \int_{f_2}^{f_1} E(f) df \quad (5.60)$$

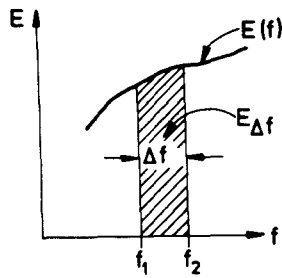


Abb. 20:

Darstellung der Energie in einem Frequenzband als Fläche unter der Kurve der spektralen Energiedichte

angegeben werden. Für kleine  $\Delta f$  und glatten Verlauf der Kurve  $E(f)$  ist die Näherung:

$$\Pi(\Delta f) \approx \Delta f \cdot E \quad (5.61)$$

zulässig. Damit ergeben sich die Verlustleistungen in den Gleichungen 5.58 und 5.59 aufgrund der inneren Dissipation und der Kopplung der Systeme in der Bandbreite  $\omega$  zu:

$$\Pi_{\text{diss1}} = \eta_1 \omega E_1 \quad (5.62)$$

$$\Pi_{\text{diss2}} = \eta_2 \omega E_2 \quad (5.63)$$

$$\Pi_{12} = \omega \eta_{12} E_1 - \omega \eta_{21} E_2 \quad (5.64)$$

Der Leistungsaustausch zwischen den Systemen wird durch die Kopplungsfaktoren erfaßt. Die Kopplungsfaktoren zwischen den Systemen genügen der folgenden von Lyon /18/ als Konsistenzbedingung bezeichneten Beziehung:

$$n_a \eta_{ab} = n_b \eta_{ba} \quad (5.65)$$

- a = Bezeichnung für das System a
- b = Bezeichnung für das System b
- n = Modendichte

Die Bilanzen erhalten mit Gl. 5.65 die folgende Form:

$$\Pi_{\text{in1}} = \omega \eta_1 E_1 + \omega \eta_{12} n_1 \cdot \left[ \frac{E_1}{n_1} - \frac{E_2}{n_2} \right] \quad (5.66)$$

$$\Pi_{in2} = \omega \eta_2 E_2 - \omega \eta_{12} n_1 \left[ \frac{E_1}{n_1} - \frac{E_2}{n_2} \right] \quad (5.67)$$

Die Verlustfaktoren müssen bestimmt werden und die PSD der Systeme bekannt sein, um die Leistungsflüsse berechnen zu können. Die Darstellung in Abb. 19 bildet die Grundlage für die Berechnung der Schalldämmung von Trennplatten.

### 5.3.2 Ermittlung des Schalldurchganges durch eine Platte mit SEA

Der Schalldurchgang durch eine Platte ist von Crocker und Price /19/ mit Hilfe der SEA berechnet worden. Die Schallfelder im Sende- und Empfangsraum werden dabei als diffus angenommen. Diffuse Schallfelder sind Schallfelder, bei denen die Energie über die Eigenresonanzen des Raumes als gleichverteilt angenommen wird und alle Ausbreitungsrichtungen des Schalls gleichwahrscheinlich sind. Aufgrund der allgemeinen Betrachtungen im vorigen Abschnitt kann das Blockdiagramm (SEA-Modell) für das System: Senderaum-Trennplatte-Empfangsraum, angegeben werden:

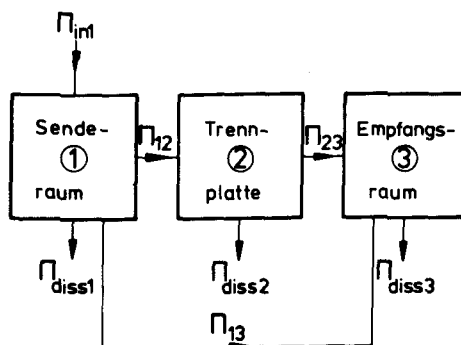


Abb. 21:

SEA-Modell für den Schalldurchgang einer Trennplatte

Der Leistungsfluß  $\Pi_{13}$  erfaßt die Übertragung der Schalleistung durch das Massegesetz. Die Bilanzen der Leistungsflüsse in der Bandbreite  $\omega$  ergeben die folgenden Gleichungen:

Senderaum:

$$\Pi_{in1} = \omega \eta_1 E_1 + \omega \eta_{12} n_1 \left[ \frac{E_1}{n_1} - \frac{E_2}{n_2} \right] + \omega \eta_{13} n_1 \left[ \frac{E_1}{n_1} - \frac{E_3}{n_3} \right] \quad (5.68)$$

Trennplatte:

$$\Pi_{in2} = 0 = \omega \eta_2 E_2 - \omega \eta_{12} n_1 \left[ \frac{E_1}{n_1} - \frac{E_2}{n_2} \right] + \omega \eta_{23} n_2 \left[ \frac{E_2}{n_2} - \frac{E_3}{n_3} \right] \quad (5.69)$$

Empfangsraum:

$$\Pi_{in3} = 0 = \omega \eta_3 E_3 - \omega \eta_{23} n_2 \left[ \frac{E_2}{n_2} - \frac{E_3}{n_3} \right] - \omega \eta_{13} n_1 \left[ \frac{E_1}{n_1} - \frac{E_3}{n_3} \right] \quad (5.70)$$

Die Verlustfaktoren in den Gleichungen 5.68 bis 5.70 sind bis auf den inneren Verlustfaktor der Platte und die inneren Verluste der Räume berechenbar. Die Kopplungsfaktoren berücksichtigen die akustischen Dämpfungseigenschaften der Trennplatte und werden allgemein als  $\eta_{rad}$  bezeichnet:

$$\eta_{rad} = \eta_{12} = \eta_{23} \quad (5.71)$$

Über die Konsistenzbedingung (Gleichung 5.65) können auch  $\eta_{21}$  und  $\eta_{23}$  mit  $\eta_{rad}$  ausgedrückt werden, und man erhält durch Einsetzen der Gleichungen 5.68 bis 5.70 ineinander das Energieverhältnis  $E_1/E_3$ :

$$\frac{E_1}{E_3} = \frac{\eta_3 + \frac{n_1}{n_3} \eta_{13} + \frac{n_2}{n_1} \eta_{rad} \frac{\eta_{rad} + \eta_2}{\eta_2 + 2\eta_{rad}}}{\eta_{13} + \frac{n_2}{n_1} \frac{\eta_{rad}^2}{\eta_2 + 2\eta_{rad}}} \quad (5.72)$$

Die Modendichten der Systeme sind berechenbar (siehe /18/, /19/ und /24/).

Modendichte eines Raumes:

$$n(\omega) = \frac{V \cdot \omega^2}{2 \pi^2 c^3} \quad (5.73)$$

Modendichte einer Platte:

$$n(f) = \frac{\sqrt{3} \cdot A_p}{c_L \cdot h} \quad (5.74)$$

$A_p$  = Fläche der Platte

Die Abstrahlungseigenschaften der Platte an das umgebende Medium werden durch den Strahlungswiderstand  $R_{\text{rad}}$  beschrieben. Maidanik /34/ hat für eine ebene rechteckige Platte, die am Rand fest eingespannt ist, den Strahlungswiderstand berechnet:

$$R_{\text{rad}}^{2\pi} = A_P \rho c \begin{cases} \frac{\lambda_g}{A_P} g_1(\alpha) + \frac{U \lambda_g}{A_P} g_2(\alpha) & ; \quad f < f_g \\ \left( \frac{l_x}{\lambda_g} \right)^{1/2} + \left( \frac{l_y}{\lambda_g} \right)^{1/2} & ; \quad f = f_g \\ \left( 1 - \frac{f_g}{f} \right)^{-1/2} & ; \quad f > f_g \end{cases} \quad (5.75)$$

$R_{\text{rad}}^{2\pi}$  = Strahlungswiderstand für den Halbraum

$\lambda_g$  = Wellenlänge bei der Grenzfrequenz

$U$  = Umfang der Platte

$$\alpha = \left( \frac{f}{f_g} \right)^{1/2}$$

$$g_1(\alpha) = \begin{cases} \frac{8}{\pi^4} \cdot \frac{1 - 2\alpha^2}{\alpha(1 - \alpha^2)^{1/2}} & ; \quad f < \frac{f_g}{2} \\ 0 & ; \quad f > \frac{f_g}{2} \end{cases} \quad (5.76)$$

$$g_2(\alpha) = \frac{1}{4\pi^2} \left[ \frac{(1 - \alpha^2) \ln \left( \frac{1 + \alpha}{1 - \alpha} \right) + 2\alpha}{(1 - \alpha^2)^{3/2}} \right] \quad (5.77)$$

Der Strahlungswiderstand in Gleichung 5.75 berücksichtigt unterhalb der Grenzfrequenz die Schallabstrahlung vom Rand der Platte. Die Einspannungsart der Platte spielt in diesem Frequenzbereich eine Rolle. Lyon /18/ gibt daher gleich einen Korrekturfaktor  $\beta$  an, der die Einspannbedingungen der Platte bei der Berechnung des Strahlungswiderstandes berücksichtigt. Es ergibt sich ein doppelt so großer Strahlungswiderstand für eine fest eingespannte Platte ( $\beta = 2$ ) und nur  $\beta = 1$  für eine einfach unterstützte Platte (siehe auch /28/). Die mittlere Formel der Gleichung 5.75 kann in der Form nur für rechteckige Platten angewendet werden. Geht man jedoch von einer quadratischen Platte aus, so folgt:

$$\begin{aligned}
 R_{\text{rad}}^{2\pi} &= A_p \rho c \cdot 2 \left( \frac{l}{\lambda_g} \right)^{1/2} ; f = f_g \\
 &= A_p \rho c \cdot \left( \frac{U}{\lambda_g} \right)^{1/2} ; f = f_g
 \end{aligned}
 \quad (5.75a)$$

Näherungsweise ist dann diese Formel auch für die kreisförmige Platte anwendbar, weil der Strahlungswiderstand vom Umfang abhängt.

Der Strahlungsverlustfaktor  $\eta_{\text{rad}}$  kann jetzt für alle Frequenzbereiche bestimmt werden:

$$\eta_{\text{rad}} = \frac{R_{\text{rad}}^{2\pi}}{\omega M_p} \quad (5.78)$$

$M_p$  = Masse der Platte

Die Verluste der Schallenergie in einem Raum werden durch die Wandverluste und durch die Absorption des Schalls im Medium beschrieben. Eine kennzeichnende Größe für die Energieverluste des Schalls in Räumen ist die Nachhallzeit  $T_N$ . Die Nachhallzeit ist frequenzabhängig und wird als die Zeit bezeichnet, die nach Abschalten aller Schallquellen vergeht, bis die Energie auf den  $10^{-6}$ -ten Teil abgeklungen ist. Lyon /18/ gibt den Zusammenhang zwischen Nachhallzeit und Verlustfaktor  $\eta$  an:

$$\eta = \frac{6 \ln 10}{\omega T_N} \quad (5.79)$$

Die Schallpegeldifferenz für ein diffuses Schallfeld aus den Schallpegeln vor und hinter der Trennplatte ergibt sich zu (/17/, /33/):

$$L_{p_s} - L_{p_e} = 10 \lg \left( \frac{E_s}{E_e} \right) - 10 \lg \left( \frac{V_s}{V_e} \right) \quad (5.80)$$

$s$  = Senderraum  
 $L_{p_s}$  = Schallpegel im Senderraum  
 $e$  = Empfangsraum  
 $L_{p_e}$  = Schallpegel im Empfangsraum

Das Schalldämmmaß kann dann für das diffuse Schallfeld formuliert werden (siehe /18/, /19/, /35/):

$$R_d = 10 \lg \left( \frac{E_s}{E_e} \right) - 10 \lg \left( \frac{V_s}{V_e} \right) + 10 \lg \left( \frac{A_p c T_{Ne}}{24 V_e \ln 10} \right) \quad (5.81)$$

Der Ausdruck  $E_s/E_e$  ist durch die Gleichung 5.72 gegeben, so daß mit Hilfe der Ausdrücke für die Modendichten und der Verlustfaktoren das Schalldämmmaß angegeben werden kann:

$$R_{d_{SEA}} = R_{md} + 10 \lg \left[ 1 + \frac{\tau_{md} c A_p T_{Ne}}{24 V_e \ln 10} + \frac{\pi f_g A_p c T_{Ne} \eta_{rad} (\eta_{rad} + \eta_2)}{12 f V_e (\eta_2 + 2 \eta_{rad}) \ln 10} \right] - 10 \lg \left[ 1 + \frac{2 \pi f_g \eta_{rad}^2}{\tau_{md} f (\eta_2 + 2 \eta_{rad})} \right] \quad (5.82)$$

$\tau_{md}$  = Transmissionsgrad der Massenschalldämmung bei diffusem Schallfeld

Bei der von Elmallawany /35/ angegebenen Gleichung fehlt der Faktor  $\pi$  im dritten Glied der ersten Klammer.

Wird die Nachhallzeit des Empfangsraumes und der innere Verlustfaktor der Platte ( $\eta_2 = \eta_{int}$ ) vorgegeben, so kann nach Gleichung 5.82 das Schalldämmmaß  $R_d$  berechnet werden. Da man in vielen Fällen die genaue Größe der Räume bzw. deren Nachhallzeiten nicht kennt, ist es wichtig zu wissen, welchen Einfluß die Nachhallzeit auf das nach Gleichung 5.82 vorausberechnete Schalldämmmaß hat. In Abb. 22 ist daher das Schalldämmmaß für verschiedene Nachhallzeiten dargestellt. Man erkennt, daß die Nachhallzeit nur im unteren Frequenzbereich einen Einfluß auf das Schalldämmmaß ausübt. Desweiteren ist das Minimum der Schalldämmung bei der Grenzfrequenz deutlich zu sehen.

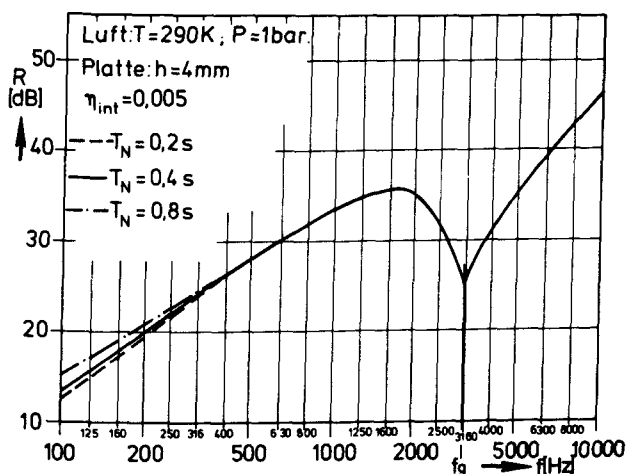


Abb. 22

Schalldämmung nach SEA berechnet für verschiedene Nachhallzeiten des Empfangsraumes



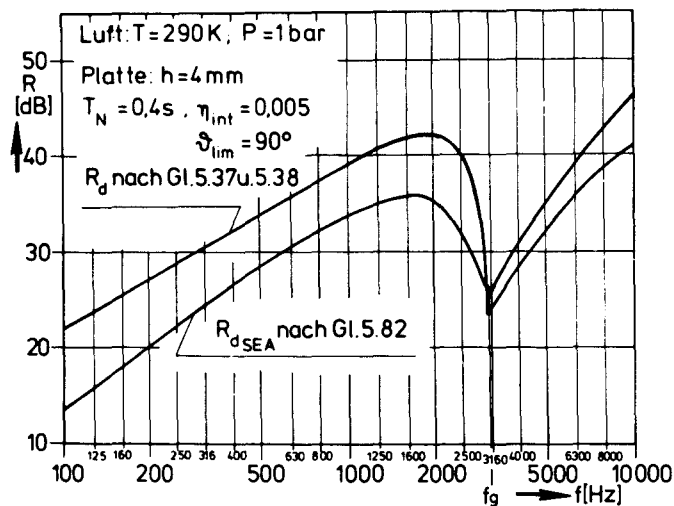


Abb. 23

Vergleich der berechneten  
Schalldämmmaße nach SEA und  
numerischer Integration

Die Abb. 23 zeigt eine Gegenüberstellung der Verläufe der Schalldämmmaße nach SEA berechnet und mittels numerischer Integration. Der Unterschied der beiden Kurven resultiert aus den Voraussetzungen, die den einzelnen Berechnungsmethoden zu Grunde liegen. Bei SEA findet die von der endlich fest eingespannten Platte herrührende zusätzliche Schallabstrahlung von den Rändern Berücksichtigung, was sich schließlich durch ein kleineres Schalldämmmaß ausdrückt. Das Minimum der Schalldämmung bei der Grenzfrequenz hat für die numerische Integration einen kleineren Wert, als bei der SEA. Die internen Verluste der Platte finden bei SEA größere Beachtung als bei der numerischen Integration, wo die internen Verluste erst oberhalb der Grenzfrequenz zum tragen kommen. Das bei SEA die internen Verluste bei sämtlichen Frequenzen eine Rolle spielen, zeigt die Abb. 24, in der das Schalldämmmaß bei 3 verschiedenen internen Verlustfaktoren berechnet wurde.

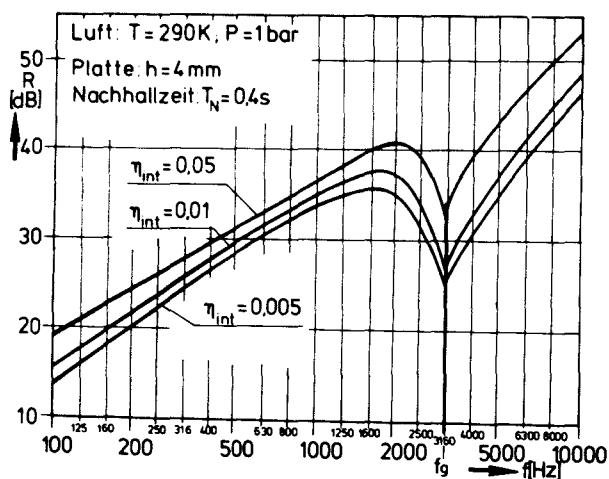


Abb. 24:

Berechnete Schalldämmmaße  
mittels SEA bei verschiedenen  
internen Verlustfaktoren

Bei der numerischen Integration wird unterhalb der Grenzfrequenz die reine Massenträgheit angenommen, so daß die internen Plattenverluste in diesem Frequenzbereich keine Rolle spielen. Erst oberhalb der Grenzfrequenz ergeben sich für unterschiedliche interne Plattenverluste die in Abb. 15 dargestellten Schalldämmmaße.

### 5.3.3 Ermittlung des Schalldurchganges durch eine Doppelplatte mit der SEA

Die Herleitung der Berechnungsformeln für die Schalldämmung der Doppelplatte nach SEA innerhalb dieser Arbeit ist notwendig, um die Anwendbarkeit dieser Methode auch für Mehrfachplatten zu zeigen. Aus dem im weiteren Verlauf dieses Abschnittes erläuterten Grund konnte die SEA für die Doppelplatte bei der Versuchsauswertung nicht berücksichtigt werden.

Bei der Berechnung des Schalldurchganges durch eine Doppelplatte kann wie unter Abschnitt 5.3.2 verfahren werden. Die einzelnen Schritte für den Rechnungsgang seien hier noch einmal in Stichpunkten angegeben:

1. Definition des Modells (Blockdiagramm)
2. Aufstellen der Leistungsbilanzen
3. Berechnung der Kopplungsfaktoren
4. Messung der Nachhallzeit des Empfangsraumes und des internen Verlustfaktors der Platten
5. Einsetzen des Energieverhältnisses  $E_s/E_e$  in die Gleichung 5.81
6. Berechnen des Schalldämmmaßes bei diffusem Schalleinfall  $R_d$

Crocker und Price /36/ und Crocker, Price und Battacharya /20/ führten diese Schritte im einzelnen aus, so daß mit Abb. 25 für das Energieverhältnis  $E_s/E_e$  folgt:

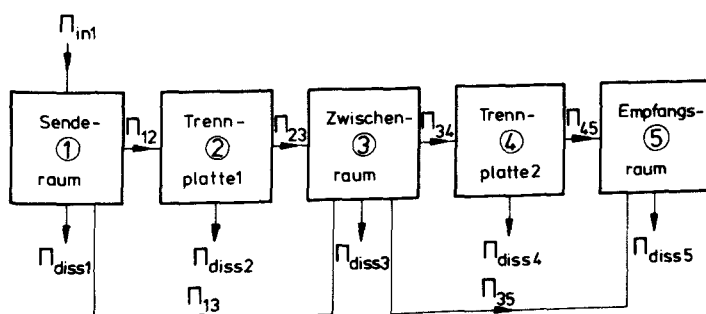


Abb. 25:

SEA-Modell für eine Doppelplatte

Aufstellen der Leistungsbilanzen für die Bandbreite  $\omega$  :

Senderraum:

$$\Pi_{in1} = \omega \eta_1 E_1 + \omega \eta_{12} n_1 \left[ \frac{E_1}{n_1} - \frac{E_2}{n_2} \right] + \omega \eta_{13} n_1 \left[ \frac{E_1}{n_1} - \frac{E_3}{n_3} \right] \quad (5.83)$$

Platte 1:

$$\Pi_{in2} = 0 = \omega \eta_2 E_2 - \omega \eta_{12} n_1 \left[ \frac{E_1}{n_1} - \frac{E_2}{n_2} \right] + \omega \eta_{23} n_2 \left[ \frac{E_2}{n_2} - \frac{E_3}{n_3} \right] \quad (5.84)$$

Zwischenraum:

$$\begin{aligned} \Pi_{in3} = 0 = & \omega \eta_3 E_3 - \omega \eta_{13} n_1 \left[ \frac{E_1}{n_1} - \frac{E_3}{n_3} \right] - \omega \eta_{23} n_2 \left[ \frac{E_2}{n_2} - \frac{E_3}{n_3} \right] \\ & + \omega \eta_{34} n_3 \left[ \frac{E_3}{n_3} - \frac{E_4}{n_4} \right] + \omega \eta_{35} n_3 \left[ \frac{E_3}{n_3} - \frac{E_5}{n_5} \right] \end{aligned} \quad (5.85)$$

Platte 2:

$$\Pi_{in4} = 0 = \omega \eta_4 E_4 - \omega \eta_{34} n_3 \left[ \frac{E_3}{n_3} - \frac{E_4}{n_4} \right] + \omega \eta_{45} n_4 \left[ \frac{E_4}{n_4} - \frac{E_5}{n_5} \right] \quad (5.86)$$

Empfangsraum:

$$\Pi_{in5} = 0 = \omega \eta_5 E_5 - \omega \eta_{35} n_3 \left[ \frac{E_3}{n_3} - \frac{E_5}{n_5} \right] + \omega \eta_{45} n_4 \left[ \frac{E_4}{n_4} - \frac{E_5}{n_5} \right] \quad (5.87)$$

Mit den Gleichungen 5.83-5.87 kann durch Einsetzen ineinander das Verhältnis der Energien  $E_1/E_5 = E_s/E_e$  bestimmt werden:

$$\begin{aligned}
\frac{E_1}{E_5} = & \left[ \eta_{5t} + \frac{\eta_{54}\eta_{35}}{\eta_{34}} \right] \left[ \frac{\eta_{4t}}{\eta_{34}} \left( \eta_{3t} - \frac{\eta_{23}\eta_{32}}{\eta_{2t}} \right) - \eta_{43} \right] \\
& - \left[ \eta_{45} + \frac{\eta_{4t}\eta_{35}}{\eta_{34}} \right] \left[ \frac{\eta_{54}}{\eta_{34}} \left( \eta_{3t} - \frac{\eta_{23}\eta_{32}}{\eta_{2t}} + \eta_{53} \right) \right] \\
& \cdot \left[ \left( \eta_{45} + \frac{\eta_{4t}\eta_{35}}{\eta_{34}} \right) \left( \eta_{13} + \frac{\eta_{12}\eta_{23}}{\eta_{2t}} \right) \right] \quad (5.88)
\end{aligned}$$

$$\eta_{2t} = \eta_2 + \eta_{21} + \eta_{23}$$

$$\eta_{4t} = \eta_4 + \eta_{43} + \eta_{45}$$

$$\eta_{3t} = \eta_3 + \eta_{31} + \eta_{32} + \eta_{34} + \eta_{35}$$

$$\eta_{5t} = \eta_5 + \eta_{53} + \eta_{54}$$

Die einzelnen Verlustfaktoren können mit den in Abschnitt 5.3.2 angegebenen Formeln berechnet werden. Crocker und Price /36/ geben für die Strahlungsverlustfaktoren  $\eta_{\text{rad}}$  der Platten bezüglich des Zwischenraumes an, daß unterhalb der Grenzfrequenz die Schallabstrahlung angenähert in einen Viertelraum erfolgt, so daß für  $\eta_{23}$  und  $\eta_{43}$  gilt:

$$\eta_{23} = \frac{2 R_{2\text{rad}}^2 \pi}{\omega M_{P_2}} \quad ; \quad f < f_g \quad (5.89)$$

$$\eta_{43} = \frac{2 R_{4\text{rad}}^2 \pi}{\omega M_{P_4}} \quad ; \quad f < f_g \quad (5.90)$$

Die Modendichte des Zwischenraumes unterhalb der ersten Dickenresonanz des Mediumpolsters wird von /36/ angegeben zu:

$$n_3(\omega) = \frac{A_P \omega}{2 \pi c^2} \quad ; \quad f < \frac{c}{2d} \quad (5.91)$$

Bei höheren Frequenzen ist dann wieder Gleichung 5.73 anwendbar. Die Schalldämmzahl  $R_d$  ergibt sich entsprechend der Gleichung 5.81, wenn das Energieverhältnis  $E_1/E_5$  mit Gleichung 5.75 berechnet wurde.

Unterhalb der Grenzfrequenz kann der Beitrag der resonanten Moden bei der Berechnung der Schalldämmung für eine erste Näherungsrechnung vernachlässigt werden. Es bleibt dann nur die Berechnung der Schalldämmung aufgrund nicht resonanter Moden, also die Massenschalldämmung übrig. Für das SEA-

-Modell der Doppelplatte ergibt sich für diesen Fall das folgende Bild:

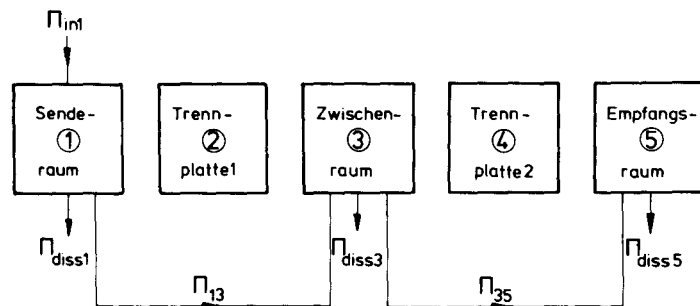


Abb. 26: SEA-Modell für die Doppelplatte, wenn nur die Massenschalldämmung berücksichtigt wird

Aus den Leistungsbilanzen kann jetzt wieder das Energieverhältnis  $E_1/E_5$  bestimmt werden:

$$\frac{E_1}{E_5} = \frac{1}{\eta_{13}} \left[ \frac{(\eta_5 + \eta_{53})(\eta_3 + \eta_{31} + \eta_{35})}{\eta_{35}} - \eta_{53} \right] \quad (5.92)$$

Mit Gleichung 5.81 ist dann die Massenschalldämmung  $R_{md}$  bei diffusem Schalleinfall für die Doppelplatte berechenbar.

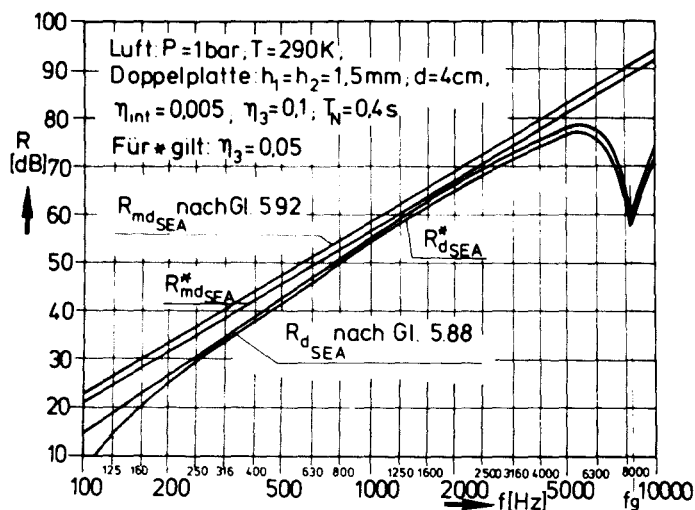


Abb. 27: Berechnete Schalldämmmaße für eine Doppelplatte gleicher Plattendicken in Luft nach SEA.

Die Berechnung des Schalldämmmaßes für die Doppelplatte nach SEA setzt voraus, daß neben den Verlustfaktoren, wie sie auch schon für die Berechnung der Einzelplatte notwendig waren, z.B. Nachhallzeit des Empfangsraumes und innerer Verlustfaktor der Platte, noch der Verlustfaktor des Zwischenraumes bekannt ist.

Die Dissipationsleistung im Zwischenraum ergibt sich durch die Absorption des Schalls an den Wänden und im Medium. Die Berücksichtigung der Verluste im Medium unterbleibt wegen des in aller Regel geringen Volumens des Zwischenraumes. Das Auftreten sogenannter Tangentialmoden, die von den Rändern der Platte ausgelöst werden, trägt zu einer Verminderung der Schalldämmung der Doppelplatte bei. Aus diesem Grund werden häufig die Seitenwände des Zwischenraumes mit einem schallabsorbierenden Material ausgestattet (siehe /36/). Da hier eine solche Maßnahme wegen den für die reale Ausführung der Innenisolierung geltenden Randbedingungen nicht in Betracht gezogen werden konnte, bestand die Seitenwand des Zwischenraumes aus der nahezu schallharten Rohrwand. Die Berechnung eines Gesamtverlustfaktors, der durch Messung der Schallabsorption einer besonders stark absorbierenden Wand zustande gekommen wäre wie dies in /36/ geschehen ist, kann in diesem Falle nicht vorgenommen werden. Aus diesem Grund sind die Gleichungen 5.88 und 5.92 zur Vorausberechnung der Schalldämmung der Doppelplatte wie sie bei den hier angestellten Versuchen verwendet wurde nur dann anwendbar, wenn ein Verlustfaktor des Zwischenraumes vorgegeben werden kann. Eine zuverlässige Grundlage für die Abschätzung des Verlustfaktors konnte nicht gefunden werden, so daß damit die Anwendung der Gleichungen 5.88 und 5.92 für die weiteren Versuchsauswertungen unterbleibt.

Um die relative Steigerung der Schalldämmmaße, wie sie sich bei der Berechnung nach SEA für die Doppelplatte ergibt, angeben zu können, wurden über der Frequenz konstante Verlustfaktoren angenommen und die Schalldämmung nach den Gleichungen 5.88 und 5.92 berechnet. Das Ergebnis, in Abb. 27 dargestellt, zeigt eine Steigerung der Schalldämmung von 12 dB/Oktav im unteren und mittleren Frequenzbereich. Diese Steigerung der Schalldämmung ergibt sich nur aufgrund des Frequenzeinflusses, den die Gleichungen 5.88 und 5.92 mit einem Schalldämmungszuwachs von 12 dB/Oktav angeben. Bei der Annahme reiner Massenschalldämmung ergab sich nach der Berechnungsmethode von A. London eine Steigerung von 18 dB/Oktav oberhalb 500 Hz. Aus dem Vergleich der Kurven in Abb. 27 folgt, daß auch hier die Massenschalldämmung die maximale Dämmwirkung der Wände angibt. Nur sehr schwere Wände oder Platten können die in Abb. 27 angegebene Steigerung der Schalldämmung erbringen. Der Koinzidenzeffekt ist in Abb. 27 durch das Minimum des Schalldämmmaßes angezeigt. Die Wirkung der Koinzidenz oder Spuranpassung ist jedoch nicht so betont, wie dies bei der Einzelplatte der Fall war. Die Verdoppelung des Verlustfaktors für den Zwischenraum erbringt eine Steigerung des Schalldämmmaßes von 1,5 bis 2 dB, wenn man von den unteren Frequenzen absieht.

Abschließend läßt sich feststellen, daß SEA auch für die Berechnung der Schalldämmung der Doppelplatte geeignet ist und auf Berechnungsformeln führt, deren Anwendung mit geringerem Aufwand verbunden ist, als bei der numerischen Integration. Wegen der oben dargelegten Gründe konnte jedoch für die hier durchgeführten Versuche diese Methode bei der Auswertung nicht angewendet werden. Soll diese Methode dennoch angewendet werden, so sind z.B. die Seitenwände des Zwischenraumes mit einem schallabsorbierenden Material auszustatten, damit der gesamte Schallabsorptionsgrad des Zwischenraumes näherungsweise dem des Auskleidungsmaterials entspricht und daraus der Verlustfaktor des Zwischenraumes bestimmt werden kann (siehe /36/).

## 6. Einfluß des höheren Druckes von Luft und Helium auf die berechneten Schalldämmmaße

Die abgeleiteten Formeln gestatten es, den Schalldurchgang aufgrund der Geometrie und der Materialdaten vorherzubestimmen. Die hier durchgeführten Untersuchungen konzentrieren sich auf den Einfluß der steigenden Mediumdichte bei höheren Drücken sowie auf die Veränderung des Schalldurchganges bei einem anderen Umgebungsmedium. Sämtliche Gleichungen enthalten das Produkt  $\rho \cdot c$ , das auch als Schallkennwiderstand oder Wellenwiderstand des Mediums bezeichnet wird. Durch den Einsatz von Luft als auch von Helium bei Drücken bis 50 bar, ist eine Veränderung des  $\rho \cdot c$  in einem sehr breiten Rahmen möglich. Es ergibt sich als kleinster Wellenwiderstand der von Helium bei 1 bar:  $\rho \cdot c = 166 \text{ Ns/m}^3$  und als größter Wellenwiderstand der von Luft bei 50 bar:  $\rho \cdot c = 20810 \text{ Ns/m}^3$  (Stoffwerte für Helium aus /37/ entnommen). Damit sind genügend Variationsmöglichkeiten vorgegeben, die eine Untersuchung des Druckeinflusses gestatten. Bei höheren Wellenwiderständen des Mediums, oder auch anders ausgedrückt, bei einer Verringerung des Dichteunterschiedes zwischen angrenzendem Medium und Festkörper, ergibt sich ein besserer Energieaustausch. Man spricht von einer besseren "akustischen Kopplung", die die Dämmwirkung der Platte entscheidend verringert. In den Abbildungen 28-31 ist die bei der numerischen Integration sich ergebende Veränderung der Schalldämmung von Platten wiedergegeben.

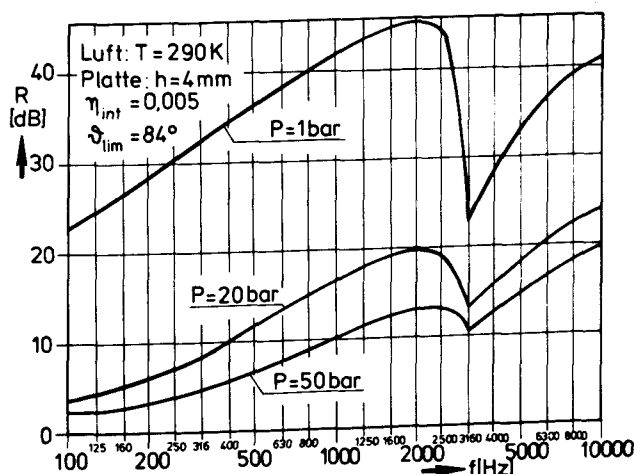


Abb. 28:

Berechnete Schalldämmung durch numerische Integration für eine 4 mm Stahlplatte in Luft bei verschiedenen Drücken



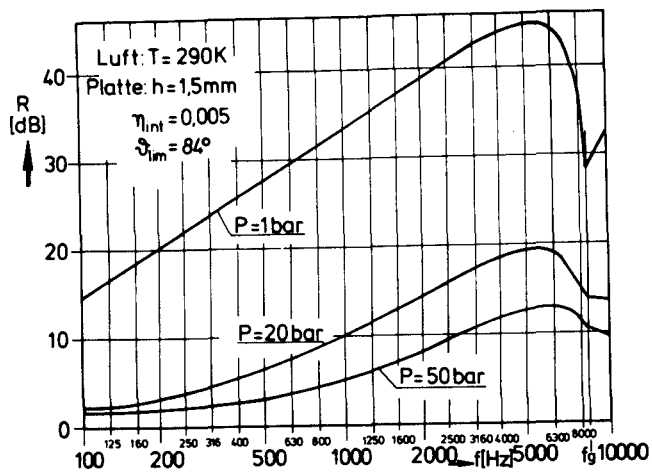


Abb. 29:

Berechnete Schalldämmung durch numerische Integration für eine 1,5 mm Stahlplatte in Luft bei verschiedenen Drücken

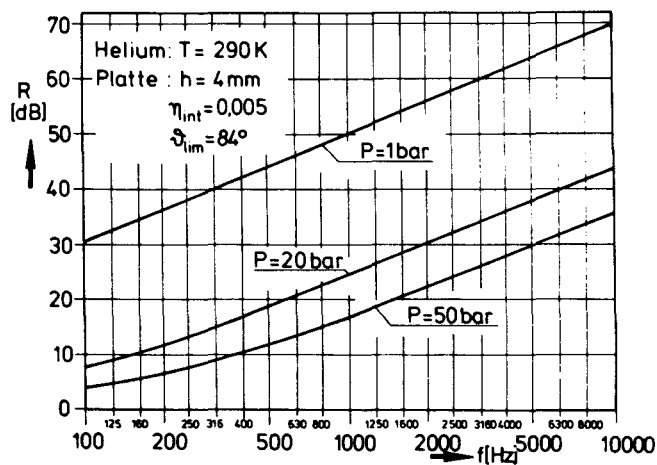


Abb. 30:

Berechnete Schalldämmung durch numerische Integration für eine 4 mm Stahlplatte in Helium bei verschiedenen Drücken

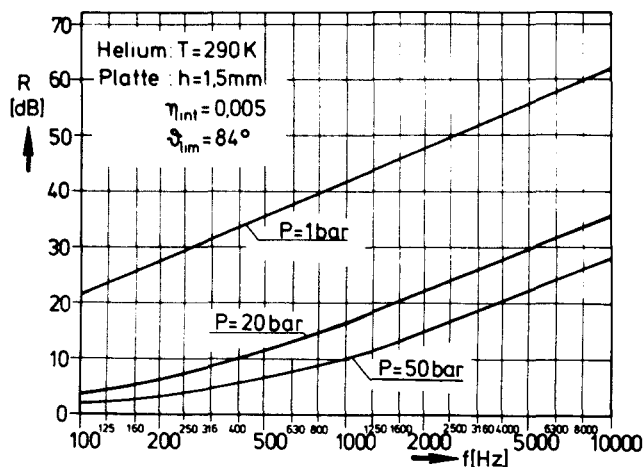


Abb. 31:

Berechnete Schalldämmung durch numerische Integration für eine 1,5 mm Stahlplatte in Helium bei verschiedenen Drücken

Ähnliche Kurvenverläufe ergäben sich bei der Anwendung von SEA für die Einzelplatte.

Es zeigt sich, daß gerade die Druckerhöhung von 1 bar auf 20 bar zu einer wesentlichen Verminderung der Schalldämmung führt. Die Kurven steigen im unteren Frequenzbereich bei höheren Drücken nicht mehr linear an, sondern weisen einen leicht durchhängenden Verlauf auf, was darauf schließen läßt, daß der größere Wellenwiderstand des Mediums den Frequenzeinfluß nicht mehr so stark berücksichtigen läßt. Erst bei höheren Frequenzen kann dann wieder von einem Zuwachs der Schalldämmung von nahezu 6 dB/Oktav ausgegangen werden. Das Abknicken der Schalldämmkurve bei der Spuranpassung verringert sich mit steigendem Druck sehr stark. Bei der Berechnung der 1,5 mm Platte in Luft konnte sogar eine "scheinbare" Verschiebung des Minimums der Schalldämmung bei der Spuranpassung beobachtet werden. In Wahrheit hängt die Spuranpassung jedoch nur von der Geometrie und der Frequenz ab, so daß diese Verschiebung nur aufgrund der Eigenschaften der Berechnungsformel, Gleichung 5.38 zustande kommt, die bei geringen Frequenzabständen zur Grenzfrequenz auf diese Ergebnisse führt.

Schon durch die Abb. 12 wurde angezeigt, daß die Platten in Helium sehr hohe Grenzfrequenzen aufweisen. Bei den hier durchgeführten Messungen mit terzgefiltertem weißen Rauschen von 100 Hz bis 6300 Hz können für die Versuche in Helium die reinen Massenschalldämmungsgesetze angewendet werden. Da Helium dem Kühlmedium des Reaktors entspricht, ist besonderer Wert auf die Versuche mit diesem Medium zu legen. Schon aus diesem Grund ist es gerechtfertigt, bei der Schalldämmung der Doppelplatte nur das Massenschalldämmungsgesetz anzuwenden.

Ob die hier angesprochenen Gesetzmäßigkeiten für den Schalldurchgang, die für den Luftschall und für bauakustische Berechnungen abgeleitet wurden, auch bei höheren Drücken und für ein anderes Medium Gültigkeit besitzen, soll letztlich durch die im folgenden zu beschreibenden Versuche geklärt werden. Die Verwendung von Luft und Helium bei Drücken bis 50 bar bietet einen ausreichenden Variationsbereich sowohl der Dichte  $\rho$  als auch des Wellenwiderstandes  $\rho \cdot c$ , um beide Einflüsse auf den Schalldurchgang darstellen zu können.

## 7. Experimentelle Bestimmung des Schalldurchganges an Einzel- und Doppelplatten in Luft und Helium bei Drücken bis 50 bar

### 7.1 Grundlagen der Meßverfahren zur Bestimmung des Schalldurchganges

Bei der Messung der Schalldämmung durch Platten muß, entsprechend der Definition des Transmissionsgrades, das Verhältnis von auf die Platte auftretender zu der durch sie transmittierten Schalleistung bestimmt werden. Können sowohl Sende- als auch Empfangsraum als schallhart angesehen werden, so kann der Transmissionsgrad mit Hilfe des sogenannten "Hallraumverfahrens" gemessen werden. Bei der Messung nach dem Hallraumverfahren wird das Schalldämmmaß  $R$  durch das Verhältnis der räumlich gemittelten Schalldruckquadrate im Sende- und Empfangsraum, und durch die Messung der Nachhallzeit des Empfangsraumes bestimmt. Dabei wird von einem diffusen Schallfeld in beiden Räumen ausgegangen. Ein diffuses Schallfeld besteht aus möglichst vielen sich überlagernden stehenden Wellen, so daß von einer Gleichverteilung der Energie auf diese Wellen ausgegangen werden kann. Alle Ausbreitungsrichtungen der Wellen in einem diffusen Schallfeld sind gleichwahrscheinlich. Um das Hallraumverfahren bei den hier durchgeführten Versuchen anwenden zu können, muß zunächst geklärt werden, ab welcher Frequenz näherungsweise mit einem diffusen Schallfeld im Rohr gerechnet werden darf. L. Cremer /25/ gibt im Zusammenhang mit seinen Betrachtungen über den Einfluß des Raumes auf die Nachhallzeit eine Beziehung zwischen maximaler Wellenlänge und Raumvolumen an, ab der ein Hallraum brauchbar ist:

$$\lambda_{\max} \sim \sqrt[3]{V} ; \quad V = \text{Raumvolumen} \quad (7.1)$$

Die Beziehung 7.1 gibt eine vom Raumvolumen abhängende Frequenz an, ab der Nachhallzeiten gemessen werden können. Eine sinnvolle Nachhallzeitmessung ist jedoch nur möglich, wenn von einem diffusen Schallfeld ausgegangen werden kann. Für das Raumvolumen des Empfangsraumes des Versuchsrohres von  $0,085 \text{ m}^3$  lassen sich mit der Beziehung 7.1 für Luft 775 Hz und für Helium 2280 Hz angeben. Ab diesen Frequenzen könnte laut der Cremerschen Bedingung von einem diffusen Schallfeld ausgegangen werden. Die Beziehung 7.1 ist jedoch für rechteckige Räume aufgestellt worden. Da die Versuche innerhalb dieser Arbeit in einem Druckrohr stattfanden, muß bei den Betrachtungen über diffuse Schallfelder noch den speziellen Eigenschaften des Rohrschallfeldes Rechnung getragen werden. Bei den oben angeführten Frequenzen ist,

entsprechend der Tabelle 1, außer der ebenen Welle nur eine höhere Mode im Rohr vorhanden. Daher kann bei diesen Frequenzen noch nicht von einem diffusen Schallfeld ausgegangen werden. Erst bei der Ausbreitung mehrerer höherer Moden kann näherungsweise von einer Gleichverteilung der Schallenergie im Rohr ausgegangen werden. Nimmt man an, daß dieses der Fall ist, wenn mindestens 6 höhere Moden im Rohr vorhanden sind, so ergibt sich für Luft eine Frequenz von 1600 Hz, und für Helium eine Frequenz von 5000 Hz. Mit dieser Annahme wäre dann die Messung der Schalldämmung nach dem Hallraumverfahren ab den genannten Frequenzen möglich.

Eventuell vorhandene Streukörper im Sende- und Empfangsraum erhöhen aufgrund von Reflexionen den Gleichverteilungsgrad der Energie im Schallfeld und verbessern damit seine Diffusität. Bei den hier durchgeführten Messungen sind, wegen der geringen Raumgröße von Sende- und Empfangsraum, schon die Meßaufbauten als Diffusoren anzusehen.

Die Messung der Schalldämmung einer Trennplatte bzw. einer Doppelplatte zwischen zwei halligen Räumen basiert auf den Berechnungsformeln, wie sie durch die Gleichungen 5.80 und 5.81 angegeben worden sind:

$$R_d = \bar{L}_{p_s} - \bar{L}_{p_e} + 10 \lg \frac{A_p c T_{Ne}}{24 V_e \ln 10} \quad (7.2)$$

$\bar{L}_{p_s}$  = räumlich gemittelter Schalldruckpegel im Senderaum

$\bar{L}_{p_e}$  = räumlich gemittelter Schalldruckpegel im Empfangsraum

Neben dem Hallraumverfahren soll zur Messung der Schalldämmung ein zweites Meßverfahren angewendet werden, bei dem die Schalleistung vor und hinter der Platte bestimmt wird. Die Messung der Schalleistung erfolgt mittels üblicher Formeln, wie sie bei Schallmessungen in Kanälen angewendet werden (siehe /28/). Dazu müssen Reflexionen vom Ende des Rohres vermieden werden. Bei der Anwendung dieses Meßverfahrens wurde daher ein schallweicher Rohrabschluß mit 200 mm langen Sillan-Keilen benutzt, der eine "unendlich" lange Rohrleitung simulieren soll. Für die Schalleistung im Empfangsraum gilt dann näherungsweise:

$$L_{N_e} \approx L_{p_e} + 10 \lg A_R \quad (7.3)$$

$A_R$  = Querschnittsfläche des Rohres

$L_{N_e}$  = Schalleistungspegel im Empfangsraum

Die Gleichung 7.3 gilt nur bei ebener Schallausbreitung.

Bei der Ausbreitung höherer Moden im Rohr muß der Schalldruckpegel  $L_p$  durch den räumlich gemittelten Schalldruckpegel  $\overline{L_p}$  ersetzt werden (siehe /39/). Wird die Gleichung 7.3 näherungsweise auch für die Bestimmung der Schallleistung im Senderraum benutzt, so kann das Schalldämmmaß wie folgt angegeben werden:

$$R_d = L_{N_s} - L_{N_e} \approx \overline{L_{p_s}} - \overline{L_{p_e}} \quad (7.4)$$

Die Schalldämmung der Trennplatte ergibt sich dann einfach aus der Differenz der räumlich gemittelten Schalldruckpegel im Sende- und Empfangsraum. Mehrere Meßpunkte an verschiedenen Raumpunkten sollen die Ungleichförmigkeit des Schallfeldes kompensieren. Die Ergebnisse nach der Meßmethode entsprechend der Gleichung 7.4 sollen den Ergebnissen, die nach dem Hallraumverfahren ermittelt wurden, gegenübergestellt werden. Dabei muß darauf aufmerksam gemacht werden, daß die beiden Meßmethoden auf verschiedenen Voraussetzungen beruhen und somit nur Abweichungen in den Meßwerten feststellbar sind.

Bei der Verwendung eines Lautsprechers als Schallquelle kann das Schalldämmmaß unter den angeführten Einschränkungen, wie z.B. Erfüllung der Voraussetzung eines diffusen Schallfeldes bei dem Hallraumverfahren, mit Hilfe beider Meßmethoden ermittelt werden. Bei Drehklanggeräuschen sind diese Meßmethoden nicht anwendbar, weil das Drehklangschallfeld einige Moden im Rohr besonders stark anregen kann.

## 7.2 Die Versuchsanlage

Die Untersuchungen des Schalldurchganges bei Drücken bis 50 bar in Luft und Helium wurden in einem Druckrohr  $\phi$  380 mm durchgeführt. In Abb. 32 ist schematisch der Versuchsaufbau dargestellt. Sende- und Empfangsraum hatten gleiches Volumen mit einer Rohrlänge von 75 cm. Der Lautsprecher wurde mit terzgefiltertem weißen Rauschen (Bandbreite 26% der Mittenfrequenz) gespeist. Die Schallquelle erbrachte räumlich gemittelte Schalldruckpegel bis ca. 130 dB im Senderaum. Das Mikrofonsignal gelangte über den Vorverstärker zum Terz/Oktav-Analysator. Als druckdichte Durchführungen aus dem Behälter für sämtliche Meßleitungen haben sich in Quarz eingegossene Leiterdrähte bewährt. Bedingt durch die Zahl der Anschlußleitungen für ein Mikrofon befinden sich sieben solcher Lötflächen auf einem Flansch (siehe Abb. 33). Die Durchführungen sind bis zu Drücken von 90 bar bei Normaltemperatur verwendbar.

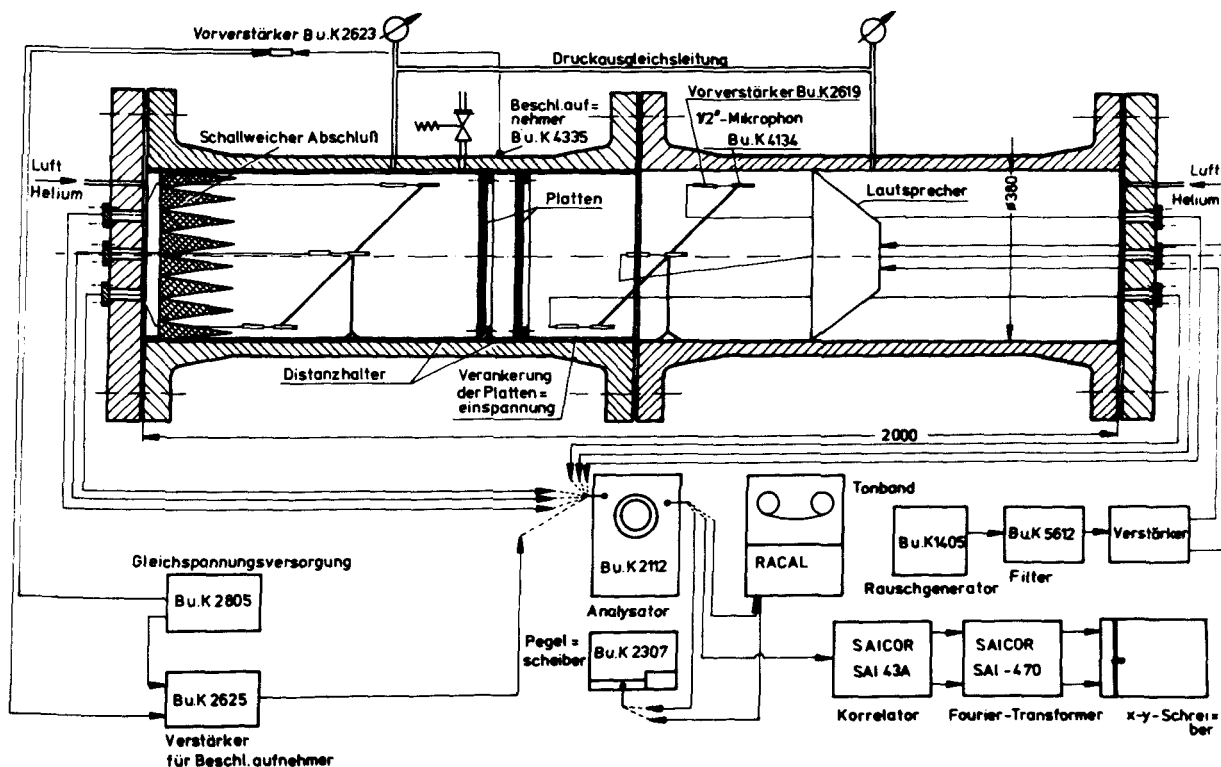
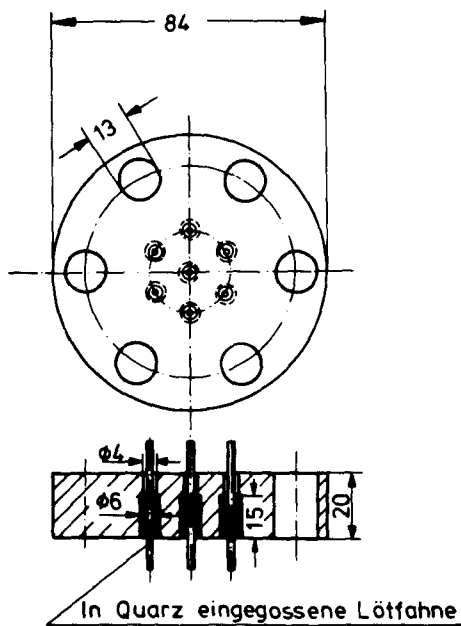


Abb. 32: Versuchsaufbau für die Messung des Schalldurchganges

Abb. 33:

Druckdichte Durchführungen



Da nur ein Analysator zur Verfügung stand, konnte nur jeweils das Signal eines Mikrofons verarbeitet werden. Die anderen beiden Mikrofone waren während dieser Zeit mit Meßverstärkern verbunden, um ein kontinuierliches Beheizen der Mikrofone zu gewährleisten. Das Mikrofonsignal wurde in derselben Terz wie sie auch der Lautsprecher erhielt, gemessen.

Die Befestigung der Platte in dem Rohr erfolgte über einen Ring, der mit Hilfe von 4 Gewindestangen, die am Ende mit Ankern versehen waren, in dem umlaufenden Ringspalt zwischen den Rohrschüssen gehalten wurde. Die Verbindung zwischen der Platte und dem Einspannring stellten 8 Schrauben M6, die gleichmäßig am Umfang verteilt waren, her. Die Wahl dieser Befestigungsart war notwendig geworden, nachdem schon geringe Druckunterschiede zwischen den Räumen ein Umkippen der Platte verursachten. Die Abweichung des Grundtons der Platte von dem theoretisch vorausgerechneten Wert, wie in Abschnitt 4 festgestellt, hängt sicherlich mit der nicht ideal festen Einspannung der Platte zusammen. Es kann angenommen werden, daß der Einspannring trotz der Verankerung noch geringe Bewegungen zuließ.

Um zu verhindern, daß die Plattenschwingungen auch noch durch den Körperschall der Rohrwand beeinflußt werden, war zwischen Rohrwandung und Befestigungsring der Platte ein O-Ring aus Gummi gelegt worden. Die Abdichtung der Platte und des Ringes erfolgte mit einem Plastikspritzmittel.

Die Abb. 32 zeigt eine Doppelplatte als Untersuchungsobjekt in dem Rohr. Den Druckausgleich im Zwischenraum stellten zwei Rohrleitungen  $\varnothing 8 \text{ mm}$  her, die durch den zweiten Einspannring hindurchragten und in dem Raum hinter dem schallweichen Abschluß endeten. Es wird angenommen, daß die Schallübertragung über diese Leitungen keine Rückwirkung auf den Schalldruckpegel im Empfangsraum hat, weil der schallweiche Abschluß eine nahezu vollkommene Trennung der beiden Räume bewirkt. Wegen dieser für den Druckausgleich im Zwischenraum notwendigen Maßnahme, wurden sämtliche Versuche an der Doppelplatte mit schallweichem Abschluß ausgeführt. Der zweite Einspannring der Doppelplatte stützt sich mittels Distanzhalter, die ebenfalls aus Rohren  $\varnothing 8 \text{ mm}$  bestanden und deren Fixierung am Einspannring über kurze Gewindestangen erfolgt, ab.

Bei den Versuchen zum Schalldurchgang durch eine Trennplatte wurden neben den Schalldruckpegeln auch die Nachhallzeit des Empfangsraumes und der innere Verlustfaktor der Platte bestimmt. Da die Ausschwingvorgänge sehr schnell ablaufen, war der Einsatz eines Tonbandes zur zeitlichen Spreizung dieser Vorgänge notwendig. Vom Tonband wurde das Signal entsprechend einem vorgegebenen Aufnahme/Abspiel-Verhältnis auf den Pegelschreiber gegeben.

Der Beschleunigungsaufnehmer auf der Rohrwand nahm die Schwingungen des Rohres, die durch die Schallquelle verursacht wurden, auf. Um die Frage beantworten zu können, ob der Körperschall des Rohres das Schallfeld im Senderaum beeinflußt, wurden Frequenzanalysen der Rohrschwingungen und der Mikrofonsignale im Sende- und Empfangsraum aufgenommen. Der Korrelator, verbunden mit einem Fourier-Transformer erlaubte es, in sehr kurzer Zeit ein PSD des jeweiligen Signals zu liefern. Auf diese Weise kann rasch ein Vergleich der verschiedenen Energieverteilungen vorgenommen werden.

Der Druckausgleich zwischen Sende- und Empfangsraum erfolgte über eine  $\varnothing 12 \text{ mm}$  Leitung. Die Messung des Mediumdruckes im Behälter übernahmen zwei Feinmeßmanometer (Anzeigenauigkeit  $\pm 0,2\%$ ). Die Füllung und Entleerung des Behälters erfolgte über eine Ringleitung  $\varnothing 8 \text{ mm}$ . Zwischen den Medienwechseln wurde der Behälter auf 20 bis 50 mbar evakuiert. Die Schallmessungen im Behälter nach Druckerhöhung oder -absenkung wurden erst dann aufgenommen, wenn die Temperatur sich auf den während der gesamten Messungen festgestellten konstanten Wert von 17 bis 18°C, eingependelt hatte. Zur Überwachung dieses Vorganges befanden sich drei Thermoelemente im Sende-



raum, deren Signale über eine Temperaturvergleichsstelle von einem Punktschreiber (Polycomp) registriert wurden.

In Abb.32 ist diese Registriereinheit aus Übersichtlichkeitsgründen nicht eingezeichnet. Die Abb. 34 zeigt eine photographische Aufnahme der gesamten Versuchsanlage.

### 7.3 Verhalten der Kondensatormikrofone bei höheren Drücken in Luft und Helium-----

Der Frequenzgang von Kondensatormikrofonen weist im Frequenzbereich von 20 Hz - 20 KHz und bei Normaldruck des Umgebungsmediums einen nahezu konstanten Verlauf auf. Eine Erhöhung des Mediumdruckes führt bei den Mikrofonen zu einem Empfindlichkeitsverlust und zu einer wachsenden Ausbildung der Resonanzstellen. K.H. Mohr /40/ hat das Verhalten der Kondensatormikrofone bei Drücken bis 50 bar in Luft und Helium untersucht. Obwohl mit dieser Untersuchung das grundsätzliche Verhalten der Kondensatormikrofone geklärt ist, blieb hier die Aufgabe festzustellen, inwieweit sich Unterschiede bei der Größe der Empfindlichkeitseinbuße der einzelnen Mikrofone ergeben. Dazu wurden alle bei den Messungen eingesetzten Mikrofone in Luft und Helium bei Drücken bis 50 bar untersucht. Die Aufnahme der Mikrofonfrequenzgänge erfolgte in derselben Weise wie in /40/. Der Schalldruck auf die Membrane wurde von einem "Elektrostatischen-Eichgitter", das auf das senkrecht stehende Mikrofon gelegt wurde, simuliert. Das Mikrofon, von dem das Schutzgitter bei den Messungen entfernt war, befand sich dabei in einem Druckbehälter. An das Eichgitter wurde eine Gleichspannung von 300 V - 800 V je nach Medium gelegt, der eine Wechselspannung im Bereich von 20-50 V mit Hilfe eines Kondensators überlagert wurde. Die Frequenz dieser Wechselspannung wurde über einen Sinusgenerator, der von einem Pegelschreiber gesteuert wurde, vorgegeben.

Am Eichgitter befinden sich zur Abstützung auf dem Mikrofonrand Glasstifte, die gleichzeitig als Isolation zwischen Eichgitter und Mikrofon dienen. Die Gleichspannung ist so zu bemessen, daß ein Funkenüberschlag zwischen Eichgitter und Mikrofonmembran verhindert wird. Es ergeben sich für Luft (500 V - 800 V) höhere Gleichspannungswerte als für Helium (300 V). In

Abb. 35 ist der Versuchsaufbau als Blockschaltbild dargestellt.

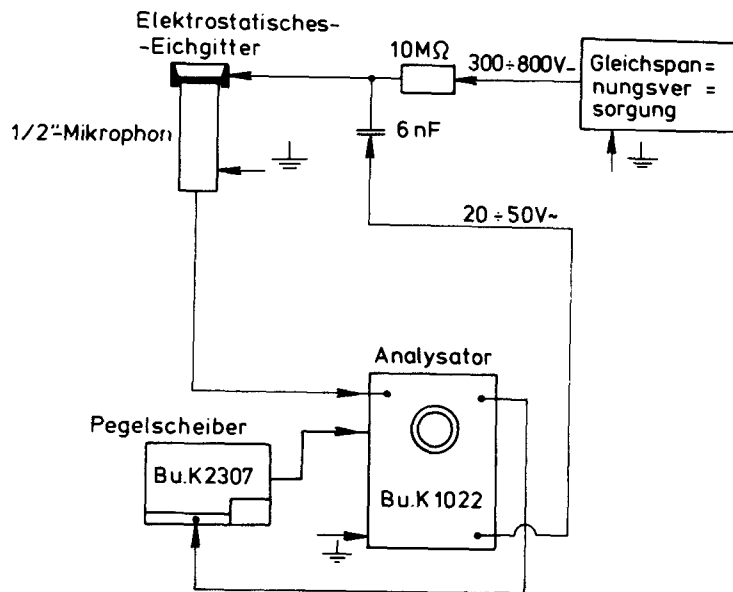


Abb. 35:

Versuchsaufbau zur Messung des Frequenzganges von Kondensatormikrofonen mit elektrostatischem Eichgitter

Die Untersuchung aller 6 verwendeten 1/2"-Mikrofone ergab Unterschiede in der Empfindlichkeit bei gleichem Druck bis maximal 3 dB. Der grundsätzliche Verlauf des Frequenzganges, wie er in Abb. 36a und b für ein Mikrofon dargestellt ist, konnte bei allen Mikrofonen bestätigt werden. Die Messungen des Schalldurchganges werden bis 6300 Hz Terz-Mittenfrequenz durchgeführt werden, so daß auch hier die Lage und Höhe der ersten Resonanz des Mikrofons von Bedeutung ist. Die Lage der Resonanzen kann in den ablesbaren Grenzen für alle Mikrofone als gleich angegeben werden. Die Höhe der Maxima ist indes verschieden (bis 2 dB), so daß abschließend festgestellt werden kann, daß für eine genaue Messung des Schalldurchganges bei höheren Drücken die Kenntnis des Druckverhaltens jedes Mikrofons erforderlich ist. Wegen der unterschiedlichen Gassteifigkeit zwischen Luft und Helium muß das Mikrofon auch in Helium-Atmosphäre getestet werden.

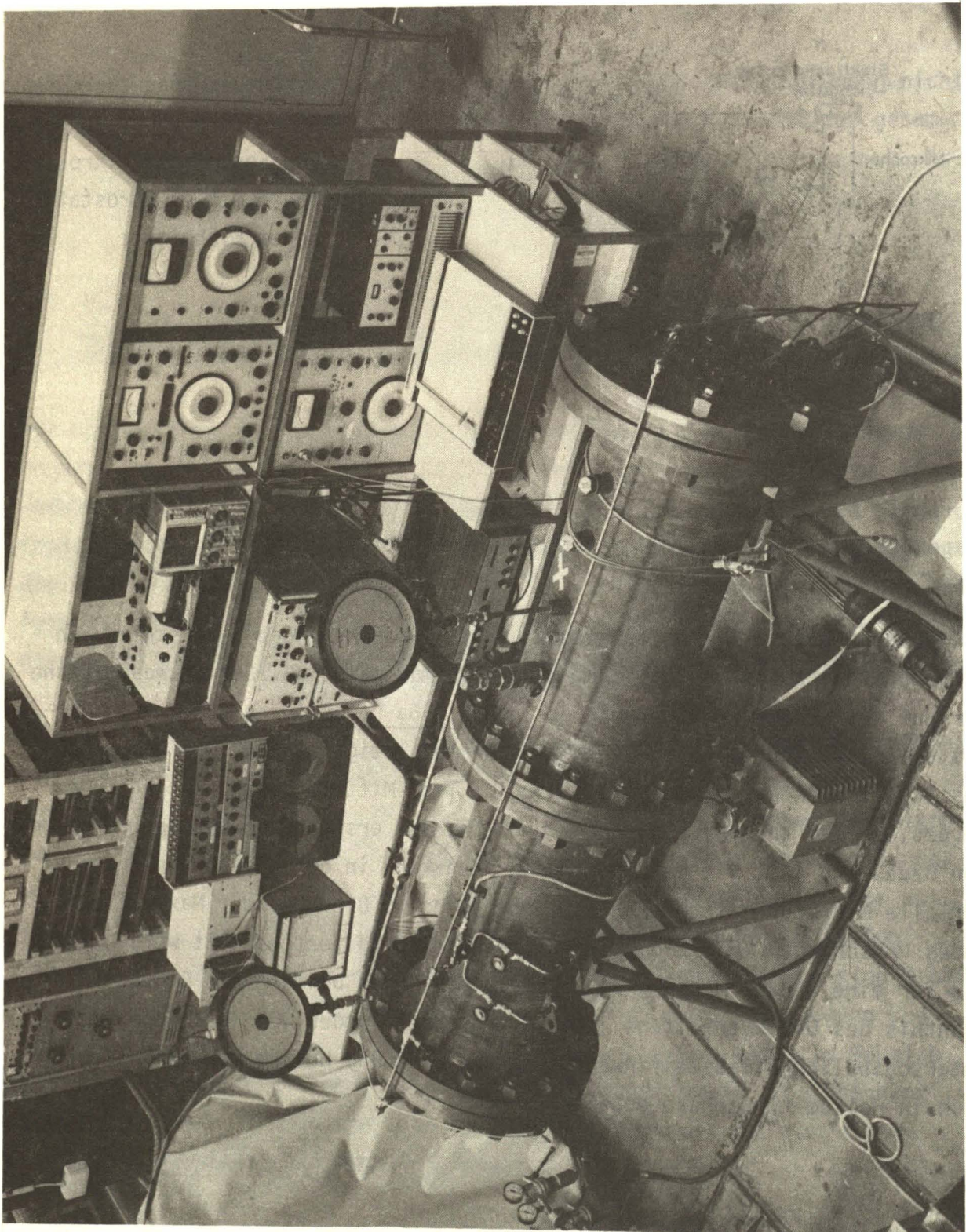


Abb. 34: Gesamtansicht des Versuchsstandes für die Messung von Schalldurchgängen bei Drücken bis 50 bar in Luft und Helium



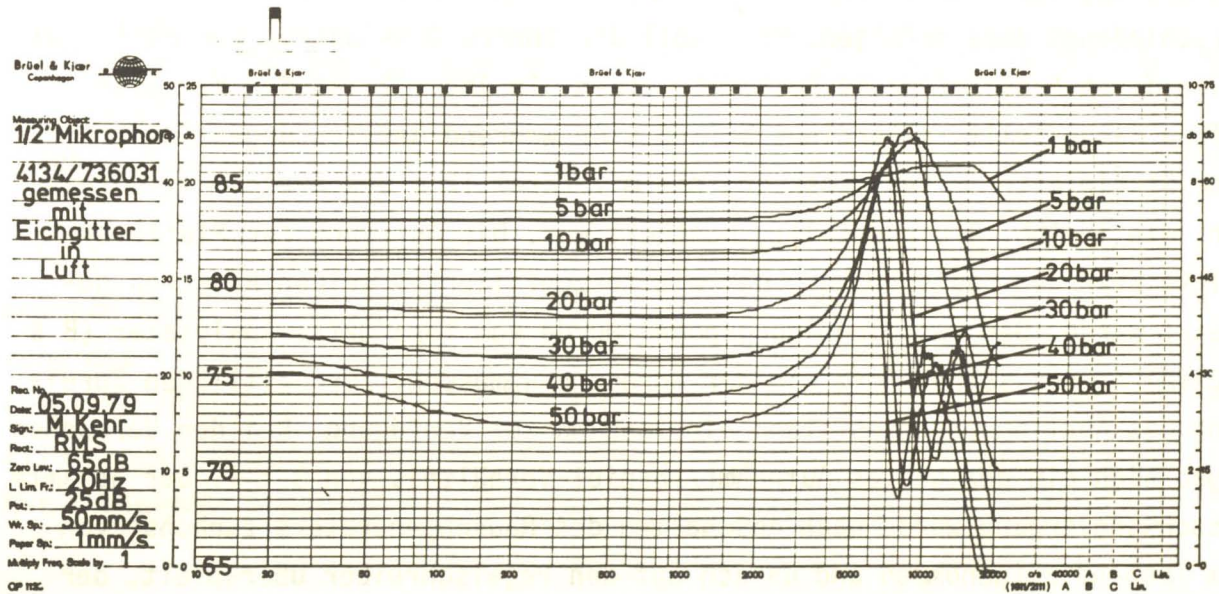


Abb. 36a:

Luft

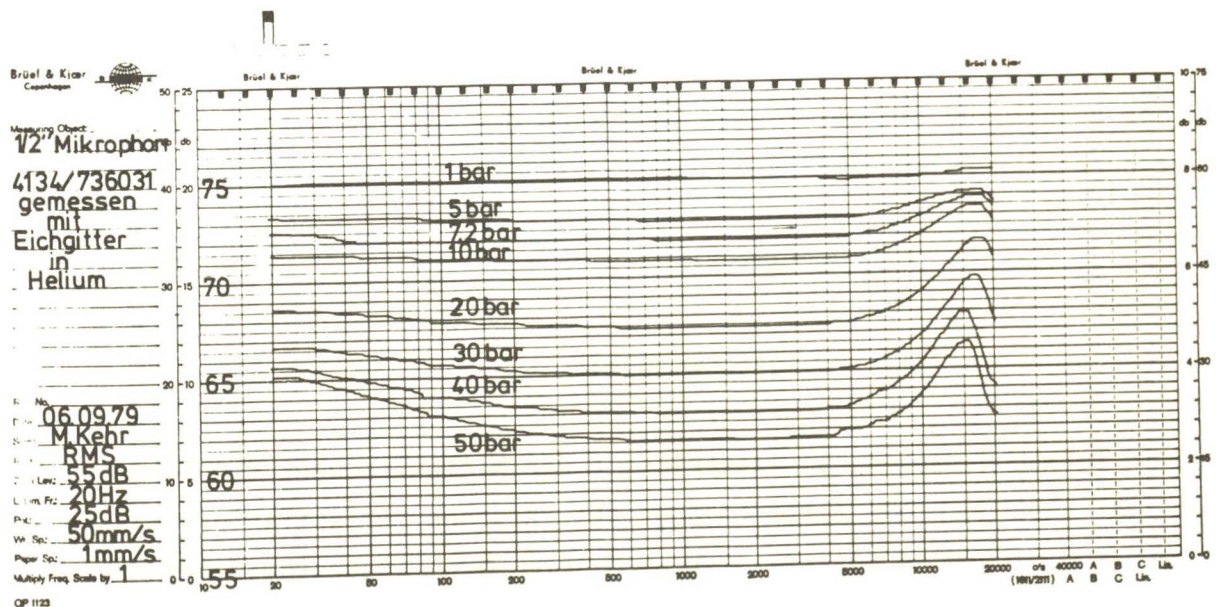


Abb. 36b:

Helium  
Frequenzgänge eines 1/2" Kondensatormikrophones bei höheren  
Drücken in Luft und Helium

#### 7.4 Messung der inneren Verluste der Platten

Die Messung der inneren Verluste der Platte bzw. deren Dämpfung kann auf verschiedenem Wege erfolgen. Hier soll die innere Dissipation der Platte mit Hilfe deren Ausschwingzeit bestimmt werden. In Abb. 32 ist der Versuchsaufbau dargestellt, allerdings befand sich während der Messungen immer nur eine Stahlplatte im Versuchrohr, die mit einem 12 g Beschleunigungsaufnehmer, wie in Abb. 9 dargestellt, bestückt war. Die Anregung der Platte erfolgte über den Lautsprecher, der mit terzgefiltertem weißen Rauschen gespeist wurde. Der Beschleunigungspegel wurde vom Terz/Oktav-Analysator (B & K 2112) in der selben Terz wie der Anregung gemessen. Zur zeitlichen Spreizung des Abklingvorganges stand ein Tonband zur Verfügung. Bei den Versuchen ergab sich ein geeignetes Aufnahme/Abspiel-Verhältnis von 8 : 1. Der gesamte Ausschwingvorgang wurde nach Abschalten des Rauschgenerators zunächst von dem Tonband aufgenommen und danach auf den Pegelschreiber überspielt, der die Abklingkurve aufzeichnete. Laut DIN 52212 /38/ muß zur exakten Bestimmung von Ausschwingzeiten ein Pegelabfall von mindestens 30 dB gemessen werden. Dem wurde durch die Verwendung eines 50 dB Potentiometers am Pegelschreiber und durch ein genügend starkes Signal vom Beschleunigungsaufnehmer Rechnung getragen. Die Anregung der Platte durch den Lautsprecher erbrachte eine genügend starke Schwingungsanregung, so daß die Ausschwingkurven der Platten bei allen Drücken aufgezeichnet werden konnten.

Mit der Ausschwingzeit der Platte läßt sich der interne Verlustfaktor wie folgt berechnen (siehe /18/ und /26/)

$$\eta_{\text{int}} = \frac{2,2}{f \cdot T_A} \quad (7.5)$$

$T_A$  = Ausschwingzeit

Wird in Terzen gemessen, so entspricht  $f$  der Mittenfrequenz der Terz. Lyon /18/ gibt noch die Zusammenhänge des internen Verlustfaktors mit anderen Dämpfungsgrößen an: z.B.  $\eta_{\text{int}} = \delta / \pi f$ ;  $\delta$  = Logarithmisches Dekrement.

Die Messungen der Ausschwingzeiten der Platten fanden in Terzen von 100 - 6300 Hz und bei allen Druckstufen bis 50 bar in Luft und Helium, wie sie auch bei den Schalldurchgangsmessungen zugrundegelegt waren, statt.

Bei der Messung der Ausschwingzeit der Platte wird wegen der geringen Modendichte der Platte nur die Dämpfung einzelner Resonanzmoden bestimmt und zwar vornehmlich derer, die im Frequenzbereich der Anregung liegen. Da die Anzahl der Resonanzen auch noch im oberen Frequenzbereich gering ist, gilt diese Aussage für den gesamten betrachteten Frequenzbereich. In Abb. 37 und 38 sind die gemessenen inneren Verlustfaktoren für die auch bei den Schalldurchgangsmessungen verwendeten Stahlplatten von 1,5 bzw. 4 mm Plattendicke in Luft und Helium bei 1 bar dargestellt. Die Messungen wurden einmal bei schallhartem Abschluß des Senderraumes "schallhart" und einmal bei schallweichem Abschluß des Senderraumes "schallweich" durchgeführt. Die Verringerung des internen Verlustfaktors mit steigender Frequenz, wie sie auch von Cummings /27/ festgestellt wurde, kann durch die Messungen bestätigt werden. Allerdings können einzelne Resonanzen des Rohres zu Fehlmessungen führen. Mit steigender Frequenz wird die Abhängigkeit des inneren Verlustfaktors von

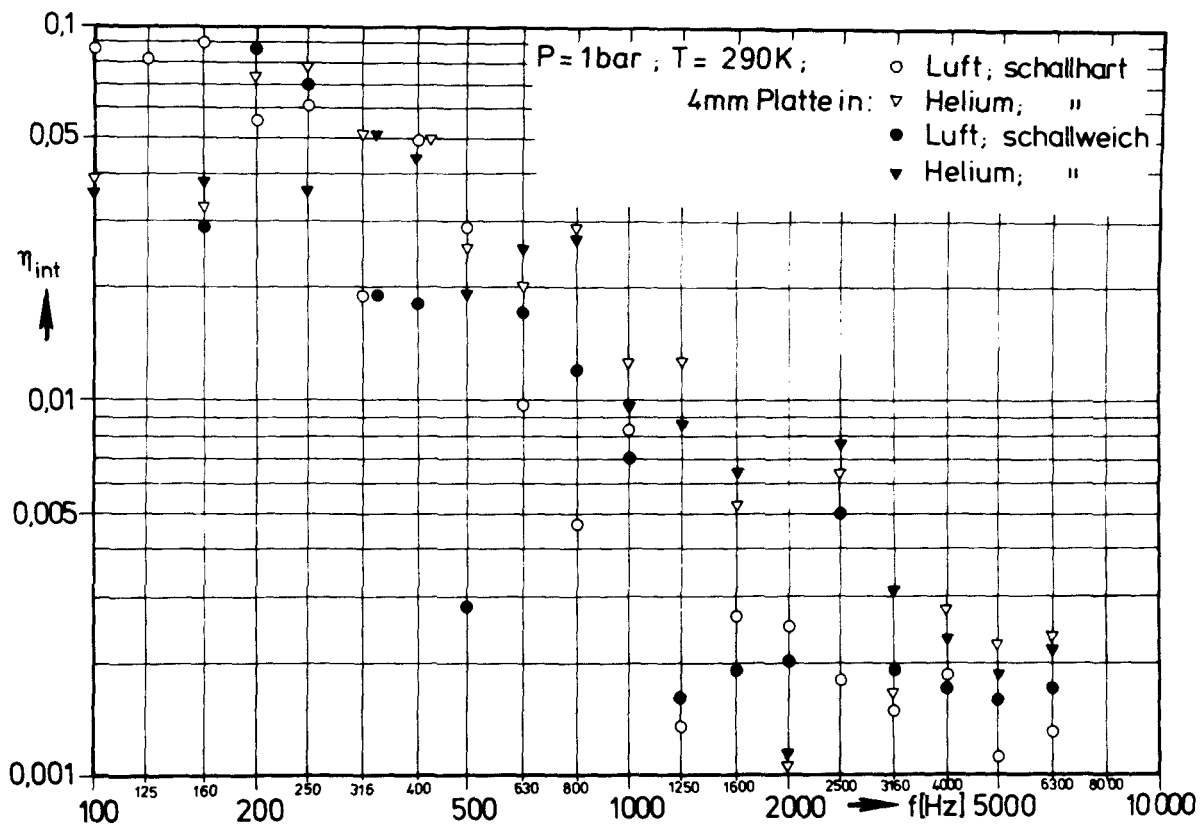


Abb. 37: Meßwerte des internen Verlustfaktors einer 4 mm dicken Stahlplatte

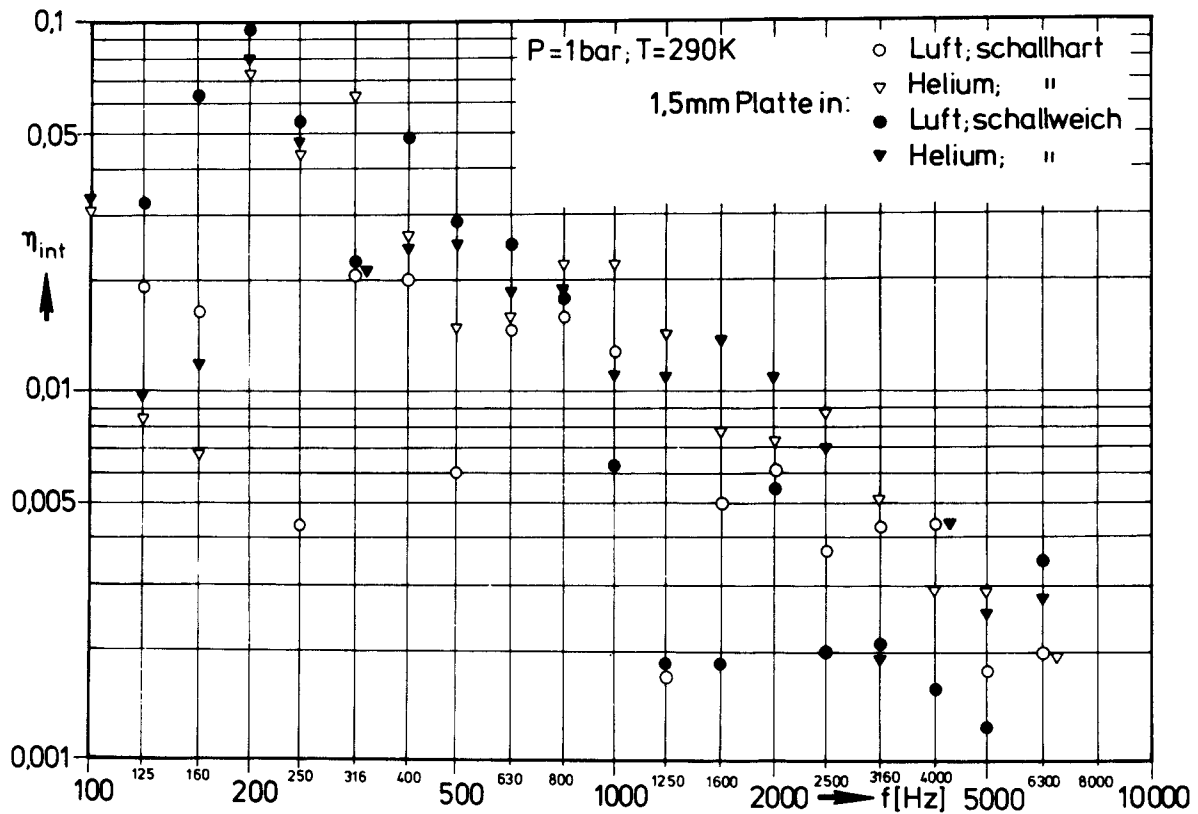


Abb. 38: Meßwerte des internen Verlustfaktors einer 1,5 mm dicken Stahlplatte

der Frequenz geringer, was oft dazu führt, daß man einen über dem gesamten Frequenzbereich konstanten internen Verlustfaktor annimmt.

Zur Darstellung des Druckeinflusses auf die Messungen sind die Verläufe der Verlustfaktoren für vier Mittenfrequenzen (1000 Hz, 2000 Hz, 3160 Hz und 4000 Hz) aufgezeichnet. Für die beiden Plattenstärken ergeben sich dann die in Abb. 39a-d und Abb. 40a-d gezeigten Verläufe. Liegen die Kurven bei niedriger Frequenz noch weit auseinander, so rücken sie mit steigender Frequenz immer dichter zusammen. Man kann daher feststellen, daß die Meßergebnisse bei höheren Drücken ähnliche Bilder, wie in Abb. 37 und 38 dargestellt, ergäben. Der Einfluß des Druckes ist wie die Abb. 39 und 40 zeigen, als gering zu bezeichnen.

Lediglich die 1,5 mm Platte weist auch bei höheren Frequenzen beim Drucksprung von 1 bar nach 5 bar eine Reaktion, d.h. eine Absenkung des internen Verlustfaktors, auf. Die Meßwerte in Helium liegen im allgemeinen geringfügig höher, als die in Luft, was durch die erhöhte Gassteifigkeit des Heliums erklärt werden kann.

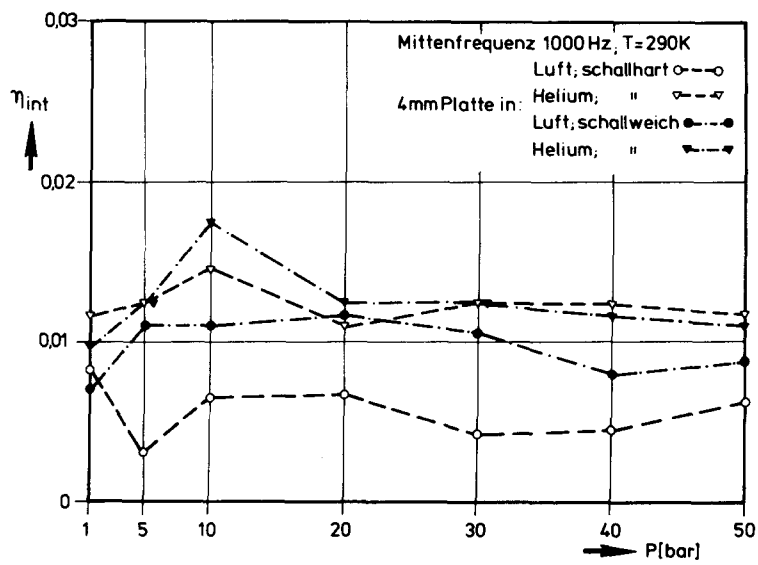


Abb. 39a: 4 mm Stahlplatte bei 1000 Hz

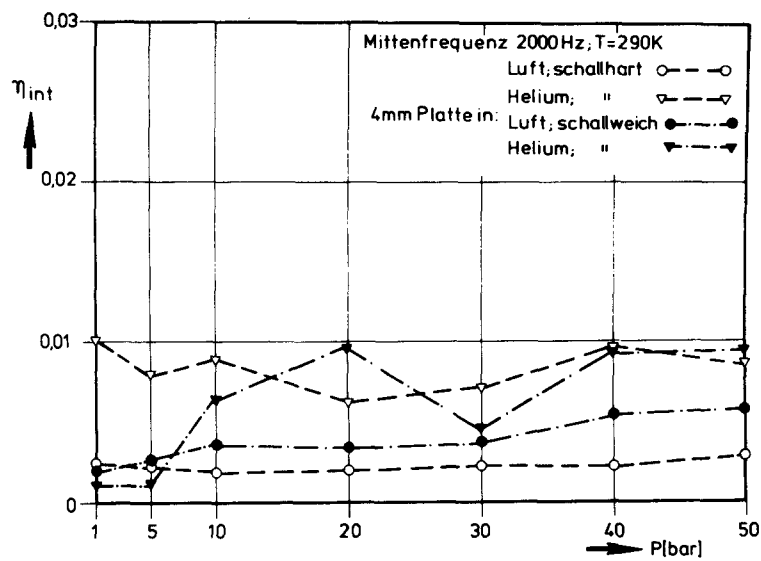


Abb. 39b: 4 mm Stahlplatte bei 2000 Hz



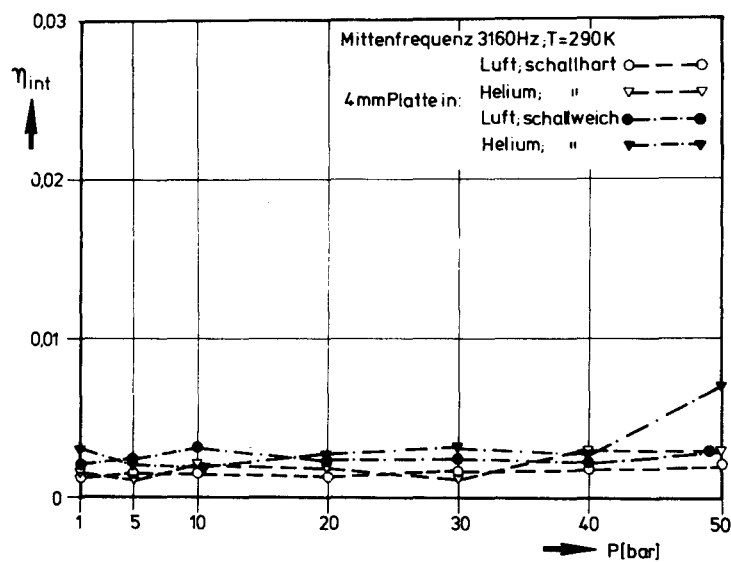


Abb. 39c: 4 mm Stahlplatte bei 3160 Hz

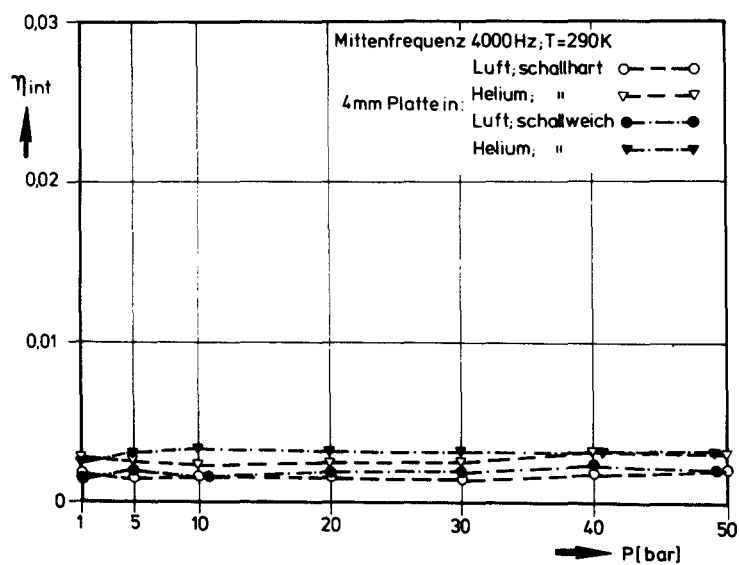


Abb. 39d: 4 mm Stahlplatte bei 4000 Hz

Abb. 39: Interner Verlustfaktor einer 4 mm Stahlplatte über dem Druck bei verschiedenen Frequenzen aufgetragen.

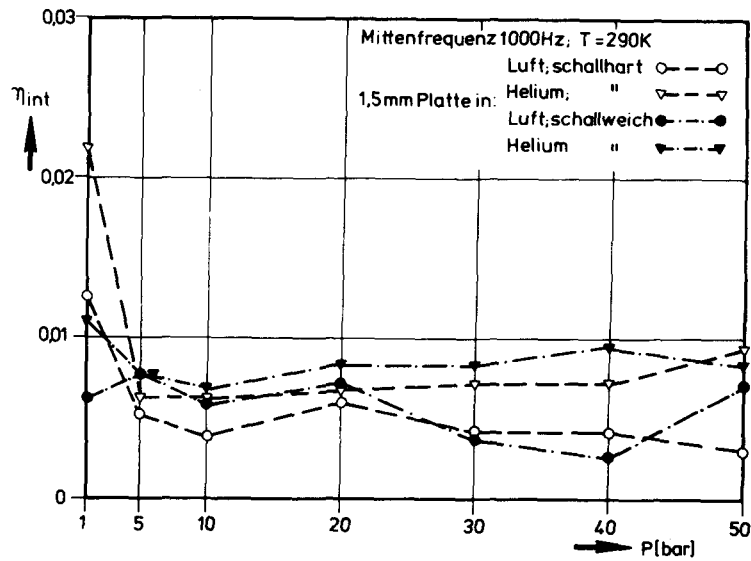


Abb. 4oa:

1,5 mm Stahlplatte bei  
1000 Hz

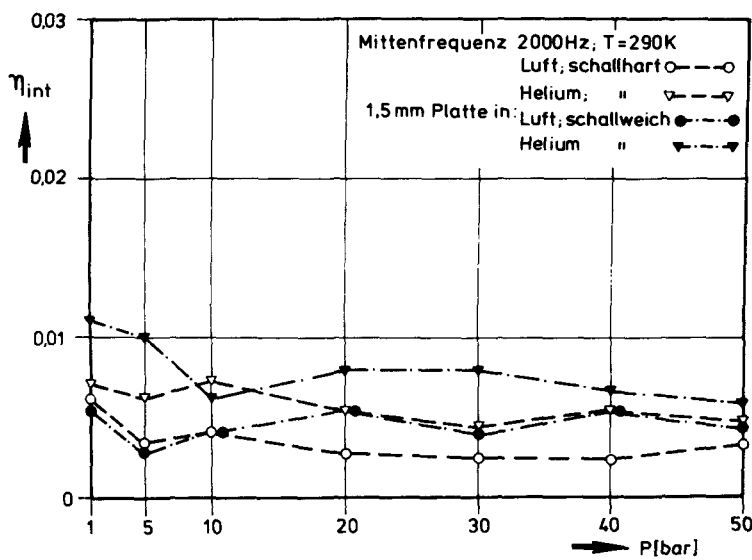


Abb. 4ob:

1,5 mm Stahlplatte bei  
2000 Hz

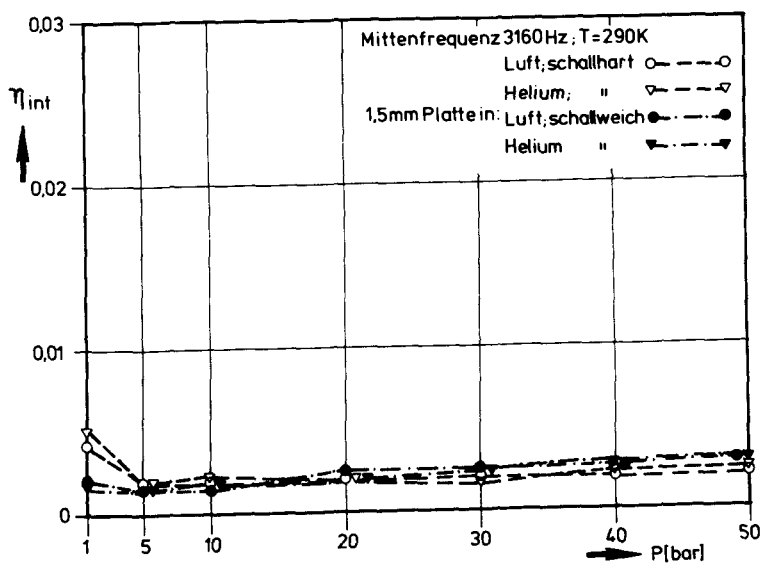


Abb. 4oc:

1,5 mm Stahlplatte bei  
3160 Hz

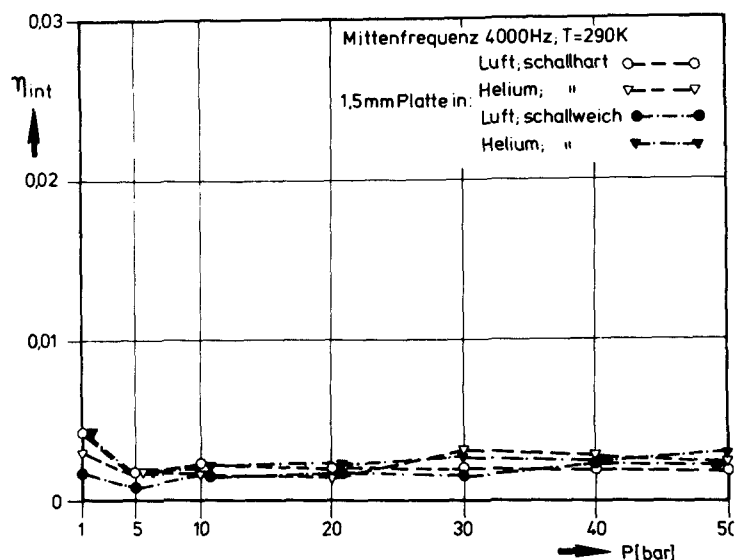


Abb. 4od:

1,5 mm Stahlplatte bei  
4000 Hz

Abb. 4o: Interner Verlustfaktor einer 1,5 mm Stahlplatte über dem Druck bei verschiedenen Frequenzen aufgetragen.

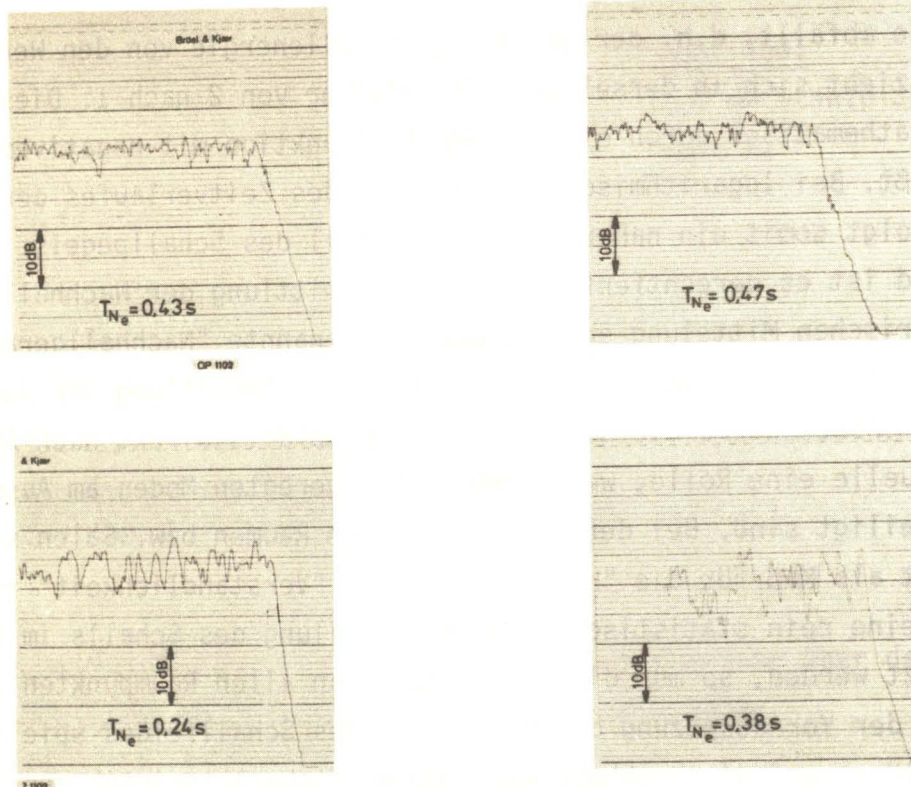
Sieht man einmal von "Ausreißern", wie z.B. in Abb. 39c die 50 bar Messung in Helium bei schallweichem Abschluß ab, so kann abschließend festgestellt werden, daß der bei der Vorausberechnung der Schalldämmung als konstant über der Frequenz angenommene innere Verlustfaktor von 0,005 sich als mittlerer Wert aus den Messungen herleiten läßt. Außerdem liegen die Meßwerte innerhalb des von Lyon /18/ für Metalle angegebenen Bereiches von 0,1-0,001. Ein Fehler des inneren Verlustfaktors von 10% ergibt bei der Vorherbestimmung der Systemantwort (response) eine Abweichung von 1 dB und ein Fehler von 100% wirkt sich mit 3 dB Abweichung aus.

### 7.5 Messung der Nachhallzeit im Empfangsraum

Bei der Bestimmung der Schalldämmung nach dem Hallraumverfahren gemäß der Gleichung 7.2 ist es erforderlich die Absorption der Schallenergie im Empfangsraum zu ermitteln. Üblicherweise wird dieser Absorptionsanteil mit Hilfe der Nachhallzeit bestimmt. Die Nachhallzeit ist definiert als die Zeit, die nach Abschalten aller Schallquellen in einem Raum vergeht bis die Schallenergie im Raum auf den Millionstel Teil der Ausgangsenergie abgefallen ist, dies entspricht einem Pegelabfall von 60 dB. Mit Hilfe eines Pegelschreibers werden die Nachhallzeiten gemessen. L. Cremer /25/ beschreibt, daß die Schallenergie in Räumen in gleichen Zeiten um gleiche

Prozentsätze abfällt, d.h. der Abfall der Schallenergie von den Werten 4 nach 2 vollzieht sich in derselben Zeit, wie der von 2 nach 1. Dieser Vorgang wird mathematisch durch eine Exponentialfunktion mit negativem Exponenten erfaßt. Bei logarithmischer Auftragung des Zeitverlaufes der Nachhallkurve folgt somit ein nahezu linearer Abfall des Schallpegels. Schon aus diesem Grund ist es gerechtfertigt, bei der Ermittlung der Nachhallzeit eine der zeichnerischen Mittelung entsprechende sogenannte "Nachhallgerade" durch den Kurvenverlauf zu legen. Für die zeichnerische Ermittlung der Nachhallzeit spielt insbesondere die Neigung des Pegelabfalls direkt nach Abschalten der Schallquelle eine Rolle, weil dann alle angeregten Moden am Ausschwingvorgang beteiligt sind. Bei der Beurteilung von Räumen bzw. Sälen steht die Nachhallzeit als Maß für die "Hörsamkeit" bzw. "Verständlichkeit" in dem Raum. Kann eine rein statistische Energieverteilung des Schalls im Raum vorausgesetzt werden, so muß die Nachhallzeit an allen Raumpunkten gleich sein. Außer der Voraussetzung der Diffusität des Schallfeldes spielen noch andere Einflüsse auf die Nachhallzeit, wie Richtcharakteristik und Sendestärke des Schallsenders, Abschaltzeitpunkt, Feuchtigkeit und Temperatur des Mediums, Raumvolumen und Raumform, bei deren Ermittlung eine Rolle. Alle diese Einflußmöglichkeiten lassen erwarten, daß die Nachhallzeiten großen Schwankungen unterliegen. So kann für ein- und denselben Raumpunkt bei jedem Nachhallvorgang eine unterschiedliche Zeit gemessen werden. Für die hier durchgeführten Messungen zur Schalldämmung ist es von besonderer Wichtigkeit zu klären, ob überhaupt sinnvolle Nachhallmessungen durchführbar sind und wie sich der höhere Umgebungsdruck auf die Nachhallzeit auswirkt. Bezüglich der Raumgröße schreibt die DIN 52212 ein Mindestvolumen von  $180 \text{ m}^3$  für den Hallraum vor, um bei Frequenzen ab 100 Hz in Luft, bei Normaldruck sinnvolle Ergebnisse zu erlangen. Da hier ein sehr viel kleinerer Nachhallraum von nur  $0,085 \text{ m}^3$  vorhanden war, soll zunächst geklärt werden, ab welcher Frequenz verlässliche Nachhallzeiten gemessen werden können. Wie in Abschnitt 7.1 im Zusammenhang mit Diskussion über das diffuse Schallfeld im Rohr dargelegt ist, ist erst bei höheren Frequenzen mit einem diffusen Rohrschallfeld zu rechnen. Die Beziehung 7.1, wie sie von L. Cremer angegeben wurde, ist als Minimalforderung für die Messung der Nachhallzeit anzusehen, d.h. frühestens ab einer Frequenz von 775 Hz in Luft und 2280 Hz in Helium sind Nachhallzeitmessungen möglich.

In Abb. 41 sind 4 Nachhallkurven dargestellt, die zeigen sollen, daß bei hohen Frequenzen übliche Ausschwingkurven aufgenommen werden konnten. Zur



Helium:  $P = 1 \text{ bar}$ ; Mittenfrequenz 4000 Hz.  
1,5 mm Platte

Helium:  $P = 50 \text{ bar}$ ; Mittenfrequenz 2500 Hz  
1,5 mm Platte

Abb. 41: Gemessene Nachhallkurven in Luft und Helium

Anregung des Lautsprechers wurde terzgefiltertes weißes Rauschen benutzt, um Schallwellen ohne feste Phasenbeziehungen zu erhalten. Wegen der Kürze des Nachhallvorganges empfiehlt es sich, wie bei der Messung des inneren Verlustfaktors der Platte eine zeitliche Spreizung des Ausschwingvorganges von 8 : 1 vorzunehmen. Die Messungen verliefen dann analog zu den in Abschnitt 7.4 beschriebenen Versuchen, nur das hier natürlich als Meßaufnehmer ein Kondensatormikrofon verwendet wurde. Bei allen Nachhallmessungen befand sich der Lautsprecher im Senderraum und die Trennplatte war eingebaut. Eine Beeinflussung der Nachhallvorgänge im Empfangsraum durch den Nachhall des Senderraumes und das Ausschwingen der Platte kann nicht ausgeschlossen werden, obwohl im Senderraum kleinere Nachhallzeiten gemessen wurden als im Empfangsraum. Die Kurvenverläufe in Abb. 41 weisen für Helium höhere Abfallraten (dB/s) auf, als in Luft. Wegen der größeren Schallgeschwindigkeit in Helium müssen dort die Nachhallzeiten kleiner sein als in Luft. Die Abb. 42 bestätigt dieses. In der Abb. 42 ist der Frequenzgang der Nachhallzeit in Luft und Helium über dem gesamten Frequenzbereich, wie er auch bei den Schalldurchgangsmessungen zur Anwendung kommt, für einen Umgebungsdruck von 1 bar aufgetragen.

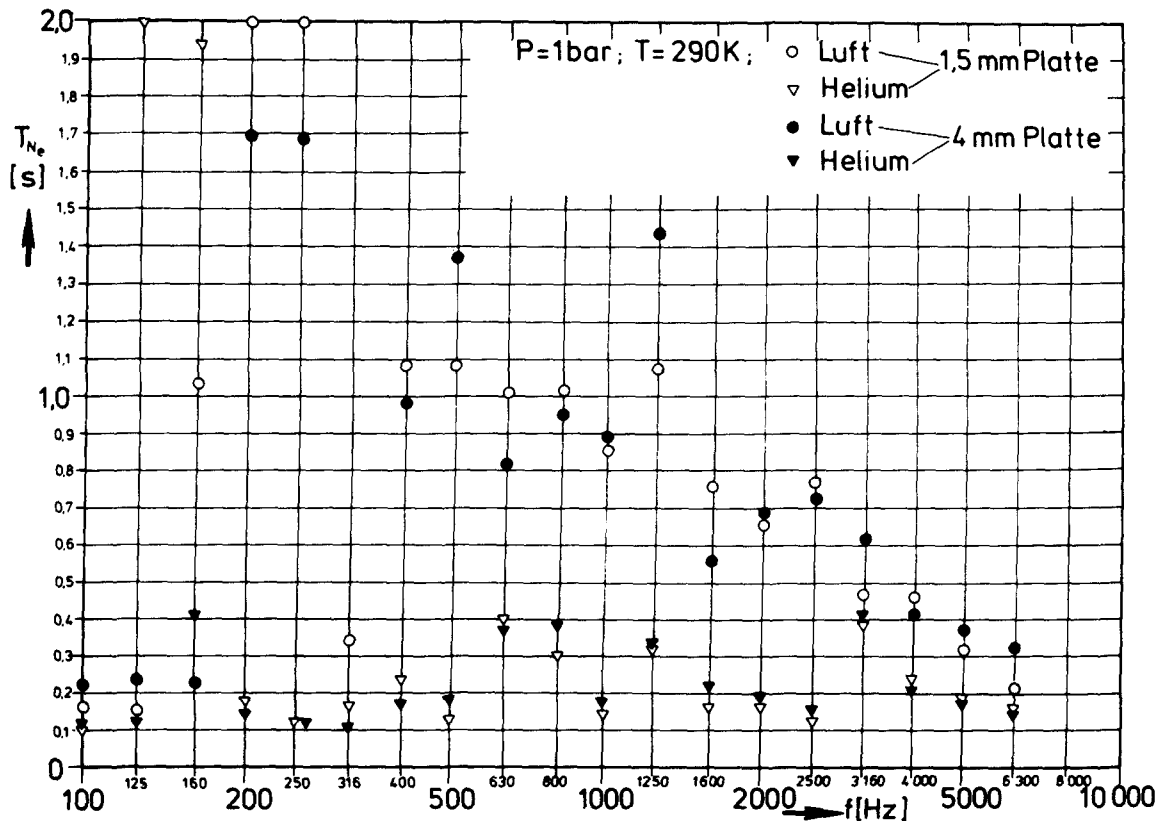


Abb. 42: Frequenzgang der Nachhallzeit in Luft und Helium bei 1 bar

Unterhalb der durch die Gleichung 7.6 angegebenen Grenzen streuen die Meßwerte in der Tat sehr stark. Sicherlich tragen auch die ersten Plattenresonanzen zu dieser "Unsicherheit" bei. Bei der 4 mm Platte ist der Einfluß des Plattengrundtones nicht so spürbar wie bei der 1,5 mm Platte.

Bei höheren Drücken muß die Nachhallzeit aufgrund der höheren Mediumdichte und somit kleineren mittleren Weglänge jedes Moleküls, was die Anzahl der energieverzehrenden Reflexionen zunehmen läßt, kleiner werden. In den Abb. 43-46 sind für 4 Mittenfrequenzen die Nachhallzeiten über dem Mediumdruck aufgetragen.

Je höher die Frequenzen, desto geringer der Druckeinfluß auf den Nachhall. Die Werte in Helium liegen bei Normaldruck niedriger als die in Luft. Bei höheren Drücken verwischt sich das Bild, so daß dann die Werte nicht mehr so streuen und sich sogar überlappen. Der Druckeinfluß ist bei hohen Mittenfrequenzen kaum noch spürbar und spielt eine untergeordnete Rolle.

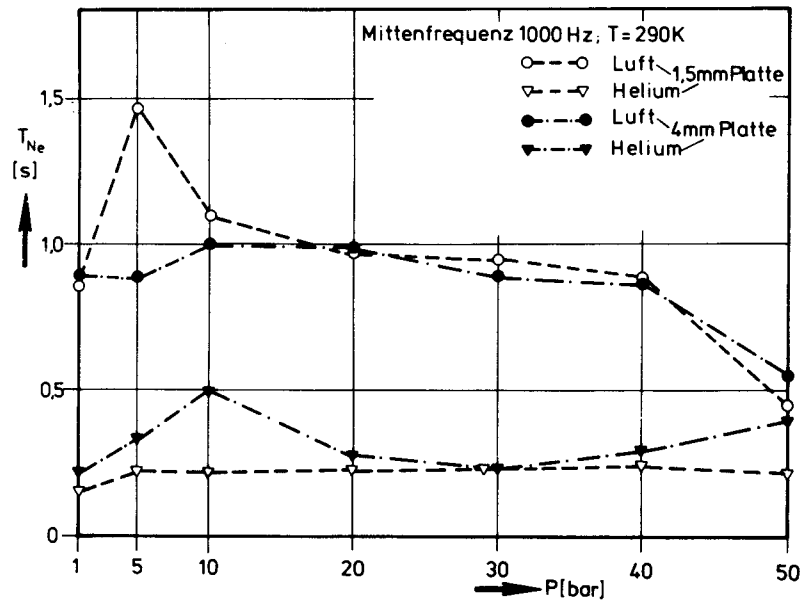


Abb. 43:

Nachhallzeiten des Empfangsraumes als Funktion des Druckes bei 1000 Hz Mittenfrequenz

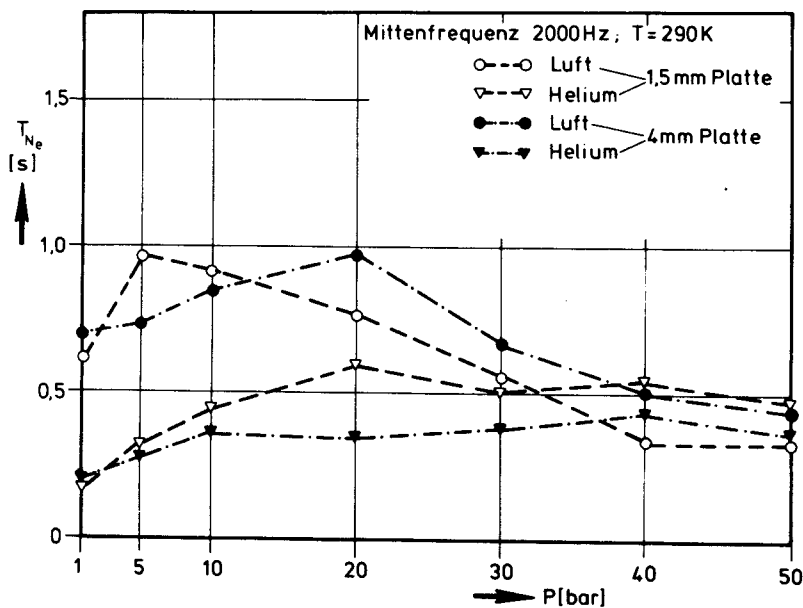


Abb. 44:

Nachhallzeiten des Empfangsraumes als Funktion des Druckes bei 2000 Hz Mittenfrequenz

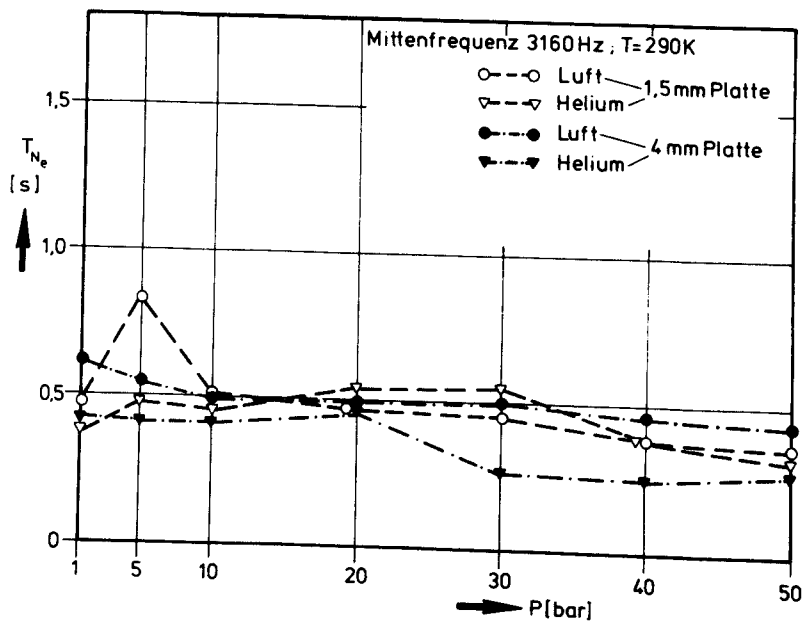


Abb. 45:

Nachhallzeiten des Empfangsraumes als Funktion des Druckes bei 3160 Hz Mittenfrequenz

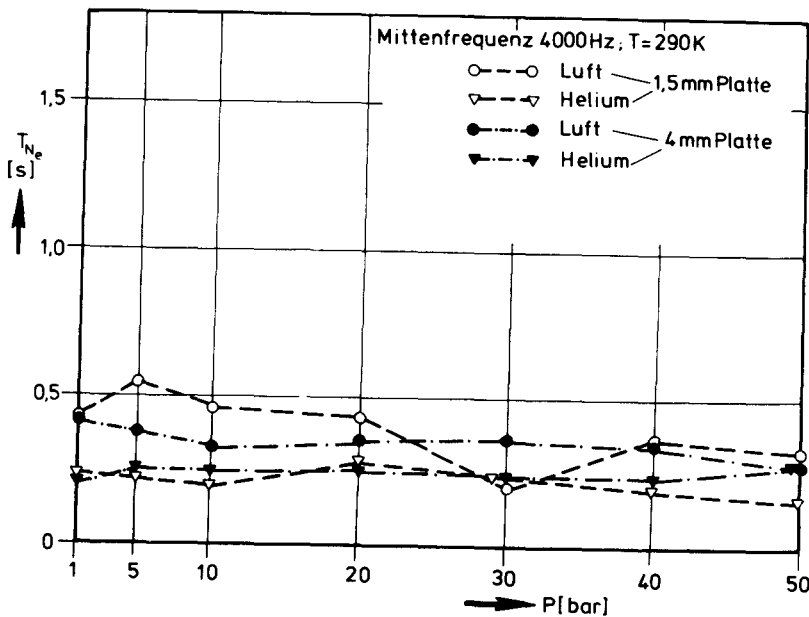


Abb. 46:

Nachhallzeiten des Empfangsraumes als Funktion des Druckes bei 4000 Hz Mittenfrequenz

Abschließend sei festgestellt, daß Nachhallmessungen ab den angegebenen Frequenzen mit genügender Genauigkeit durchführbar waren. Durch mehrfache Wiederholung einer Messung konnte sogar die Reproduzierbarkeit der Nachhallkurven für einen Meßort nachgewiesen werden.

#### 7.6 Darstellung und Diskussion der Meßergebnisse für den Schalldurchgang durch Einzel- und Doppelplatten bei höheren Drücken in Luft und Helium

Die Messungen der Schalldämmung von ebenen Platten erfolgte in einem Druckrohr, das für Betriebsdrücke bis 60 bar ausgelegt war. Untersucht wurden Stahlplatten von 1,5 mm und 4 mm Dicke. Die Versuchsreihen fanden in Luft und Helium bis 50 bar in den Druckstufen 1, 5, 10, 20, 30, 40 und 50 bar, statt. Im Einzelnen wurden die folgenden Einbauten im Druckrohr getestet: Einzelplatte 1,5 mm und 4 mm mit schallhartem und schallweichem Rohrab-schluß, Doppelplatte gleicher Dicke von 1,5 mm und ungleicher Dicke von 1,5 mm und 4 mm bei zwei verschiedenen Plattenabständen von 40 mm und 60 mm.

Obwohl die Versuchsanlage und die Versuchsdurchführung bereits in Abschnitt 7.2 vorgestellt wurde, seien hier noch einige Anmerkungen gemacht. Die Bestimmung eines mittleren Schalldruckpegels erfolgte über jeweils 3 Mikrofone im Sende- und Empfangsraum. Dabei waren die Mikrofone so angeordnet,



daß die Messungen in verschiedenen Kanalquerschnitten aufgenommen wurden. Die Meßwerte wurden nach dem Terz/Oktav-Analysator entweder von einem Pegelschreiber aufgenommen oder direkt am Analysator abgelesen. Dabei zeigte sich, daß bei genügend großer Integrationszeit des Analysators die abgelesenen Meßwerte mit den auf dem Pegelschrieb gemittelten genügend genau übereinstimmen, um auf die Aufzeichnung der Schallpegel verzichten zu können.

Bei höheren Drücken müssen die am Analysator abgelesenen Pegelwerte zweifach korrigiert werden. Die erste Korrektur ergibt sich durch die Eichung der Mikrofone mit Hilfe des Pistophon. Die zweite Korrektur wird wegen des bei höheren Drücken veränderten Frequenzganges der Kondensatormikrofone, wie in Abschnitt 7.3 dargelegt, notwendig.

Der Simulation einer theoretisch "unendlich" langen Rohrleitung diente ein schallweicher Rohrabschluß, der aus 200 mm langen Sillan-Keilen bestand. Die Keile weisen Öffnungswinkel von ca.  $15^{\circ}$  auf. Dieser Winkel hat sich bei Messungen bezüglich des Absorptionsverhaltens als optimaler Winkel herausgestellt (siehe /41/). Obwohl die Messung des Reflexionsfaktors nicht durchgeführt wurde, weil eine modale Analyse der Rohrschallfelder für die Messungen der Schalldämmung nicht zwingend geboten war, darf doch unter der Voraussetzung, daß die ebene Schallwelle die meiste Schallenergie trägt, angenommen werden, daß ab Wellenlängen, die kleiner oder gleich der vierfachen Keillänge sind (siehe /42/), die Reflexionen vom schallweichen Abschluß vernachlässigbar sind. Für Luft ergibt sich damit eine untere Frequenz von 427 Hz und für Helium von 1253 Hz.

Die Messung der Schalldämmung einer Trennwand setzt voraus, daß der im Empfangsraum registrierte Schallpegel auch tatsächlich nur durch die Schallübertragung durch die Platte hervorgerufen wird. Dazu muß zunächst gewährleistet sein, daß die Trennwand die beiden Räume luft- bzw. heliumdicht voneinander trennt. Eine genügende Dichtigkeit wurde mit einem handelsüblichen Plastikspritzmittel erreicht.

Die Übertragung des Schalls über den Rohrmantel kann eine zweite ungewollte Beeinflussung der Pegelwerte des Empfangsraumes ergeben. Um sicherzustellen, daß die Schallübertragung durch den 12,5 mm dicken Rohrmantel zu vernachlässigen ist, wurden bei jedem Mediumdruck, bei dem Messungen zur Schall-

dämmung stattfanden, die folgenden Meßschriebe aufgenommen. Dazu wurde auf den Lautsprecher weißes Rauschen von 20 Hz - 20 KHz gegeben. Sowohl vom Mikrofonsignal eines Mikrofons im Empfangsraum, als auch vom Signal eines 12 g Beschleunigungsaufnehmers, der sich außen auf dem Rohr befand, wurden PSD erstellt. Zur Aufzeichnung der Power Spectral Densities stand ein Korrelator, der mit einem Fouriertransformer verbunden war, zur Verfügung (siehe Abb. 32). Das PSD ergibt sich durch die Fourier-Transformation der Autokorrelation eines Signals /43/. Der angeschlossene x-y-Schreiber zeichnete dann die PSD auf. Auf dem gleichzeitig angeschlossenen Oszillographen konnten die Frequenzen der Peaks des PSD mit Hilfe eines Lichtpunktes abgefahren werden. Die jeweilige Lage des Lichtpunktes, der vom Fourier-Transformer gesteuert wurde, konnte digital als Frequenzangabe am Fourier-Transformer abgelesen werden.

Auf diese Weise war es möglich, in sehr kurzer Zeit Frequenzanalysen der zu verarbeitenden Signale herzustellen. Anhand der so erhaltenen Meßschriebe kann dann abgelesen werden, ob die auf der Rohrwand registrierten Frequenzen auch im Schallfeld des Empfangsraumes wiederzufinden sind. In Abb. 47 und 48 sind zwei Beispiele für die gemessenen Leistungsspektren dargestellt.

Wie man leicht sieht, kann von einer Beeinflussung des Schallfeldes im Empfangsraum durch Rohrschwingungen nicht die Rede sein. Ähnliche Bilder ergaben sich bei allen Messungen, so daß die Schallübertragung durch die Rohrwand vernachlässigt werden kann. Ergänzend dazu sei noch erwähnt, daß der Beschleunigungspegel der Platte um ca. 40 dB höher lag, als der Beschleunigungspegel der Rohrwand. Ein Indiz dafür, daß die Anregung der Rohrwand durch den Lautsprecher als sehr gering angesehen werden muß.

Als erstes sollen die Versuchsergebnisse über die Schalldämmung der Einzelplatten bei höheren Drücken dargelegt werden. Sämtliche Messungen wurden, wie schon erwähnt, mit terzgefiltertem weißen Rauschen im Frequenzbereich von 100 Hz bis 6300 Hz durchgeführt.

Die Messung des Schalldämmmaßes nach dem Hallraumverfahren erfolgt durch Aufnahme eines mittleren Schalldruckpegels im Sende- und Empfangsraum und der Berücksichtigung der Schallabsorption im Empfangsraum durch die Messung der Nachhallzeit. Die Schallabsorption im Empfangsraum wird durch den

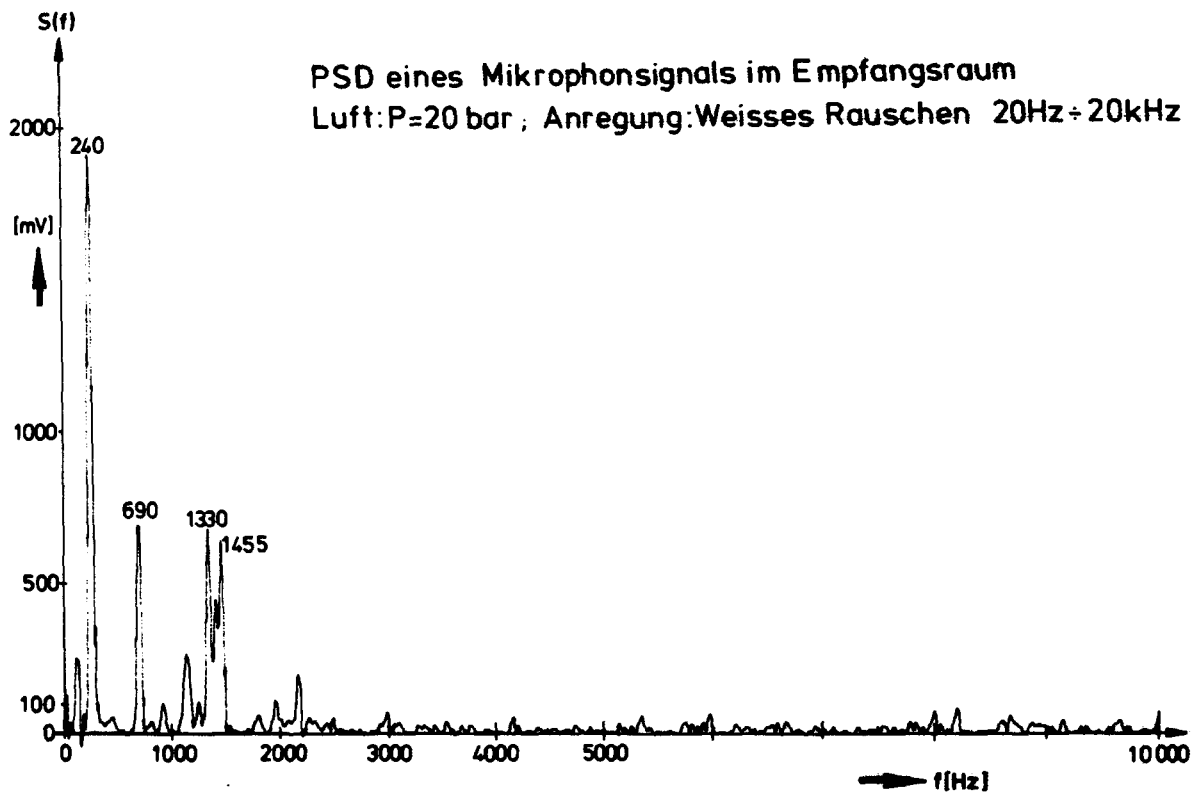


Abb. 47: PSD eines Mikrophonsignals des Empfangsraumes bei Luft  
 $P = 20$  bar und schallhartem Rohrabschluß

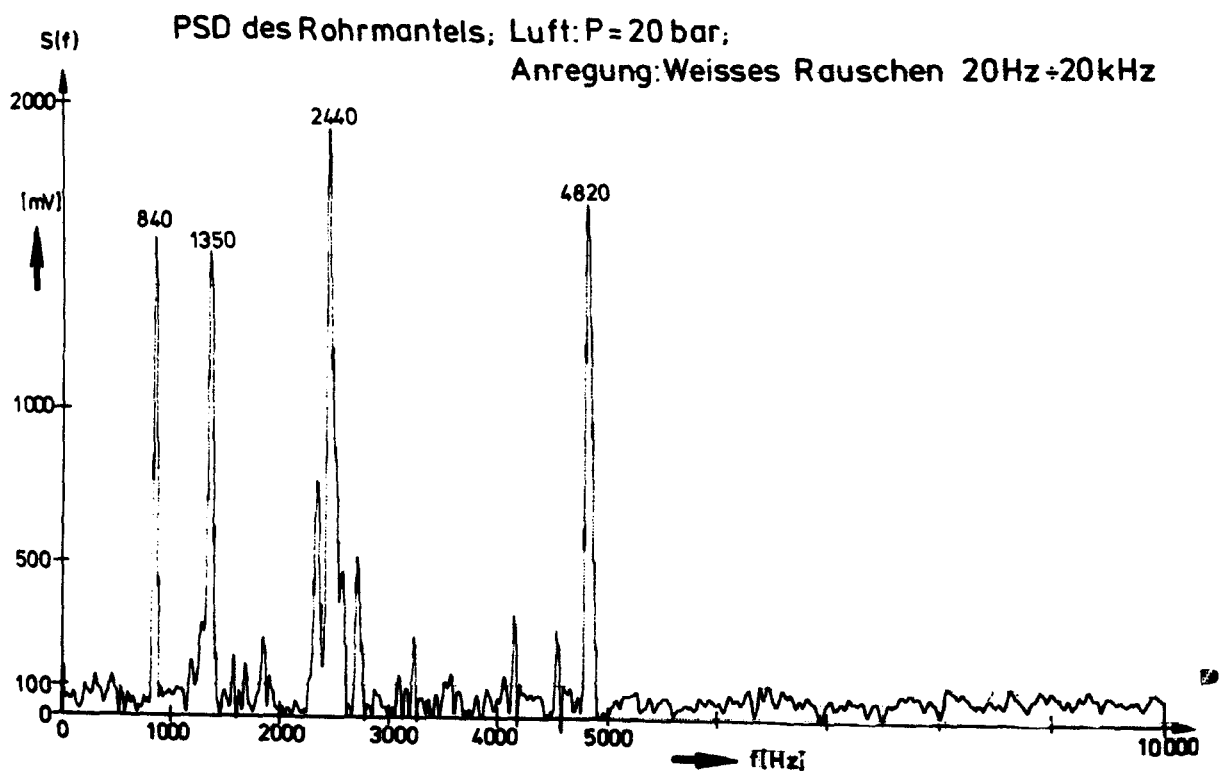


Abb. 48: PSD der Rohrwand bei Luft von 20 bar im Druckbehälter

dritten Summanden der Gleichung 7.2 zum Ausdruck gebracht. Durch die wesentlich höhere Schallgeschwindigkeit in Helium nimmt dieses Korrekturglied, bei gleicher Nachhallzeit in Helium, wesentlich höhere Werte an als in Luft. Selbst wenn in Rechnung gezogen wird, daß die Nachhallzeiten in Helium kleiner sind als die in Luft ergaben sich im Mittel bei den Messungen in Helium höhere Korrekturwerte. Es steht daher zu erwarten, daß die Meßwerte in Helium nach der Hallraum-Methode eine größere Differenz zu den gemessenen Schalldämmmaßen mit schallweichem Rohrabschluß aufweisen, als dies in Luft der Fall sein dürfte.

Um die grundsätzlichen Frequenzgänge der Meßergebnisse darzustellen, sind in den Abb. 49-56 die Meßergebnisse der 4 mm Platte in Luft und der 1,5 mm Platte in Helium bei 4 verschiedenen Umgebungsdrücken dargestellt. Die Vorausberechnung der Kurven, für die sich nach der Theorie ergebenden Schalldämmmaße, erfolgt mit den in Abschnitt 5 abgeleiteten Formeln. Dabei wurde die Schalldämmung bei senkrechtem Schalleinfall  $R_0$  nach dem Massegesetz für den senkrechten Schalleinfall (Gl. 5.9) berechnet. Die Berechnung der diffusen Massenschalldämmung erfolgte nach der Gleichung 5.42. Da diese Gleichung nur Gültigkeit besitzt, wenn  $R_0 > 15$  dB ist, kann bei höheren Drücken in Luft im unteren Frequenzbereich kein Berechnungswert für die diffuse Massenschalldämmung  $R_{md}$  angegeben werden. Das Schalldämmmaß für den diffusen Schalleinfall, unter Berücksichtigung aller Platteneigenschaften, wurde mit Hilfe der statistischen Energieanalyse (Gl. 5.82) berechnet. Bei der Berechnung des Transmissionsgrades für die diffuse Massenschalldämmung in Gleichung 5.82 wurde auch die Gleichung 5.42 benutzt, so daß auch hier nur dann Werte angebar sind, wenn  $R_0 > 15$  dB ist. Schließlich kam bei der Vorausberechnung des Schalldämmmaßes für die 1,5 mm Platte in Helium  $R_d$  noch die numerische Integration der Gleichung 5.38 zur Anwendung.

Die Abbildungen 49-52 zeigen die Meßpunkte und die berechneten Werte der Schalldämmung einer 4 mm Platte in Luft bei 4 verschiedenen Umgebungsdrücken.

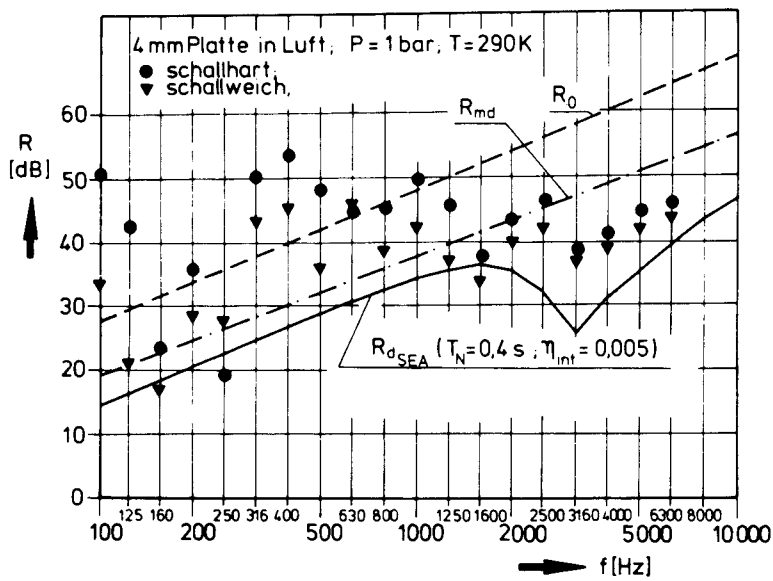


Abb. 49:

Schalldämmung einer 4 mm  
Stahlplatte in Luft von  
1 bar

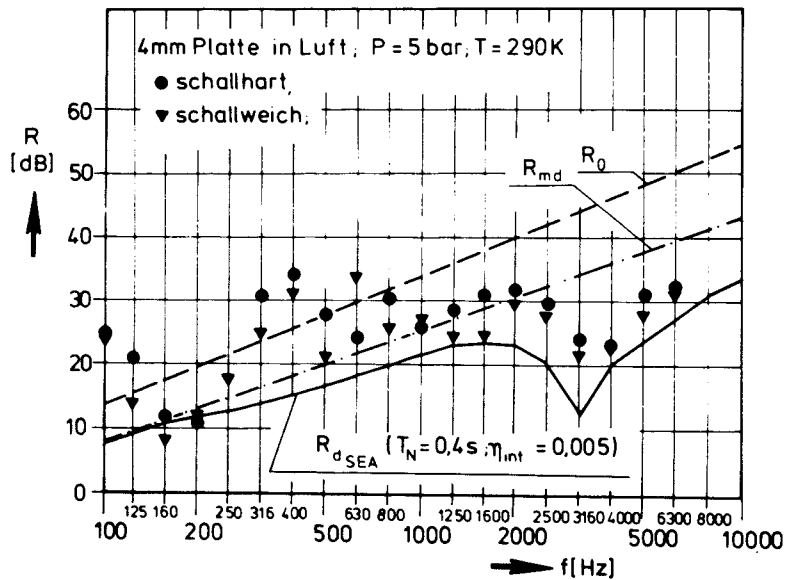


Abb. 50:

Schalldämmung einer 4 mm  
Stahlplatte in Luft von  
5 bar

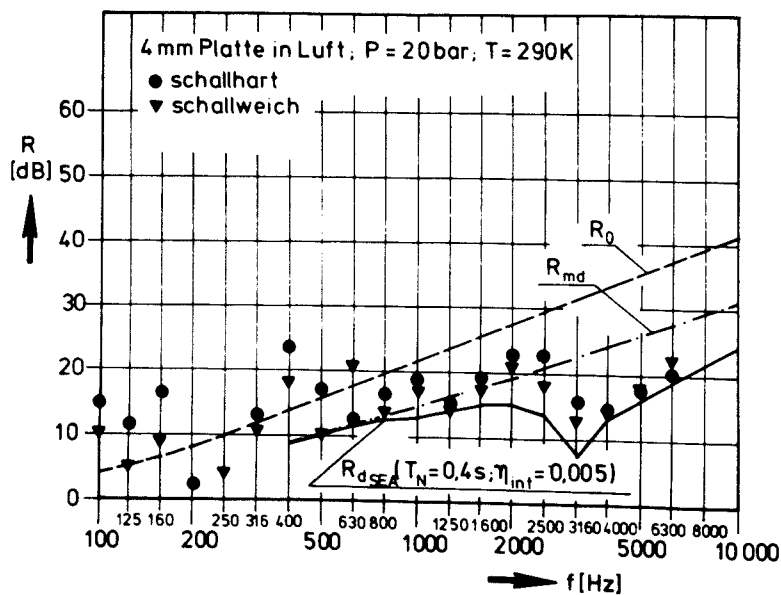


Abb. 51:

Schalldämmung einer 4 mm  
Stahlplatte in Luft von  
20 bar

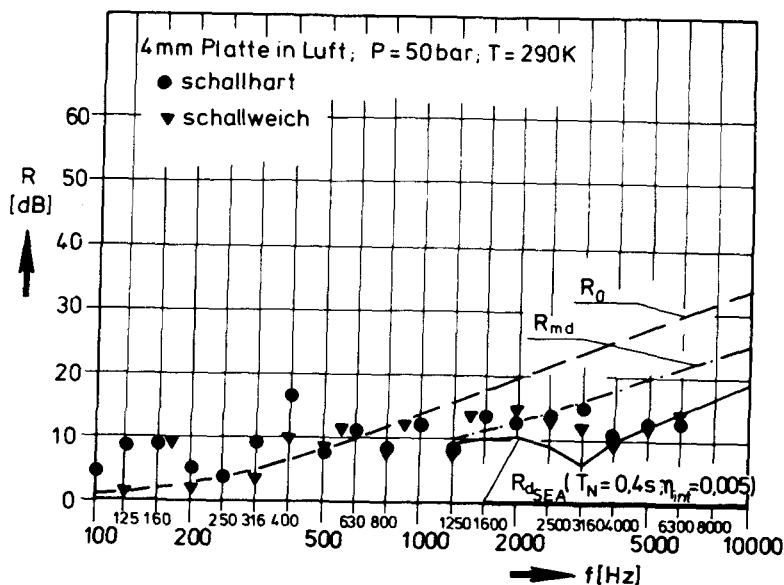


Abb. 52:

Schalldämmung einer 4 mm  
Stahlplatte in Luft von  
50 bar

Die Meßpunkte schwanken im unteren Frequenzbereich sehr stark und es ergeben sich Schalldämmmaße, die oberhalb  $R_0$  liegen. Diese Schwankungen ergeben sich, weil im unteren Frequenzbereich nur die ebene Welle vorhanden ist. Dazu kommt noch, daß die Pegelschwankungen gerade bei den ersten Mittenfrequenzen beträchtliche Werte annehmen, so daß bei noch so sorgfältiger Mittelung die Meßwerte zwangsläufig mit größeren Fehlern behaftet sein müssen, als die Schalldämmwerte im oberen Frequenzbereich, wo schon das Mikrofonsignal relativ geringe Schwankungen aufwies.

Erst im höheren Frequenzbereich können zufriedenstellende Ergebnisse erzielt werden. Geht man von der in Abschnitt 7.1 angegebenen Mindestfrequenz von 1600 Hz für ein diffuses Rohrschallfeld in Luft aus, so kann für die Messungen eine zufriedenstellende Übereinstimmung mit der Theorie festgestellt werden. Bei der 4 mm Platte in Luft liegt die Spuranpassung bei einer Grenzfrequenz von 3100 Hz. Dadurch ergibt sich ein Minimum der Schalldämmung bei der Mittenfrequenz von 3160 Hz. Dieses Minimum kann durch die Messungen zwar in seinem Ausmaß nicht voll bestätigt werden, jedoch läßt sich ein deutliches Absinken der Meßwerte gerade bei niedrigen Drücken bei dieser Mittenfrequenz feststellen. Die Ausprägung des Minimums wird mit steigendem Druck geringer, was auch durch die Messungen bestätigt wird. Der Druckeinfluß des Mediums, der zur Verringerung der Schalldämmung bei höheren Drücken führt, ist deutlich sichtbar. Insbesondere sei darauf aufmerksam gemacht, daß die Gültigkeit der abgeleiteten Gesetzmäßigkeiten auch bei höheren Drücken erhalten bleibt. Dieses wird eindeutig durch die Meßergebnisse bestätigt.

Die Wirkung des höheren Umgebungsdruckes führte in einigen Fällen dazu, daß bei ersten Mittenfrequenzen keine Schalldämmung meßbar war. Selbst unter Einbeziehung der vorhin angedeuteten großen Pegelschwankungen in diesem Frequenzbereich, kann letztlich keine lückenlose Deutung dieser Erscheinung gegeben werden. Denkbar wäre, daß aufgrund sehr starker Anregung des Grundtons der Platte in diesem Frequenzbereich die Platte selbst große Schwingungsamplituden ausführt, die dann bei höheren Gasdichten eine gute Schallabstrahlung in den Empfangsraum verursachen und somit die Messung des ohnehin sehr geringen Schalldämmmaßes verhindern. Die Meßergebnisse für die 1,5 mm Platte in Helium sind in den Abb. 53-56 dargestellt.

Die auftretenden Schwankungen der Meßwerte sind hier ebenfalls beträchtlich, weil höhere Moden im Rohr erst bei sehr viel höheren Frequenzen als in Luft auftreten. Für die im Abschnitt 7.1 angegebene Mindestfrequenz von 5000 Hz für ein diffuses Schallfeld ergibt sich ebenfalls wieder eine zufriedenstellende Übereinstimmung der Meßwerte mit der Theorie. Auch hier wird der Druckeinfluß deutlich sichtbar und es läßt sich feststellen, daß die Schalldämpfungsgesetze auch in Helium und dazu noch bei höheren Drücken in diesem Medium anwendbar sind. Zur Vervollständigung und Abrundung des Bildes über die Schalldämmung der Einzelplatte sind in den Abb. 57-64 noch die Kurvenverläufe und Meßpunkte in Luft und Helium bei fester Mittenfrequenz über dem Druck aufgetragen.

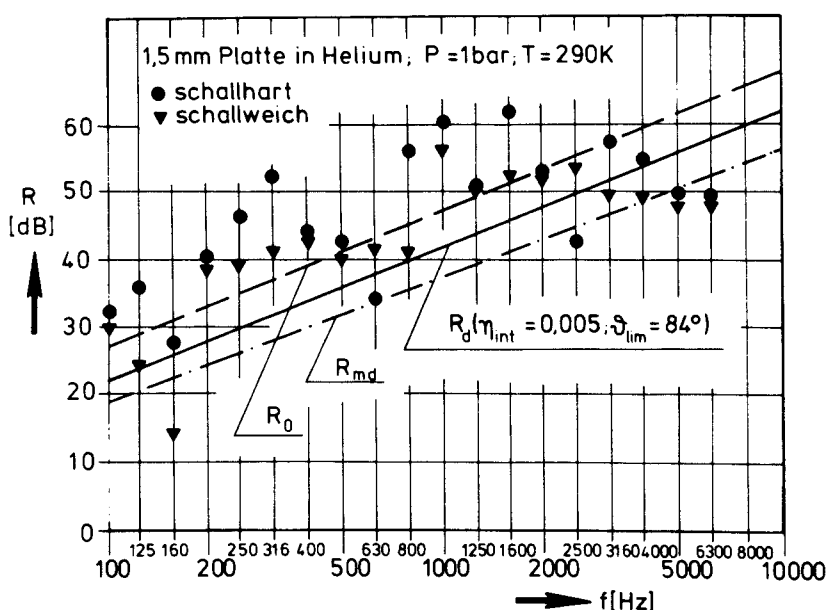


Abb. 53:

Schalldämmung einer 1,5 mm dicken Stahlplatte in Helium von 1 bar

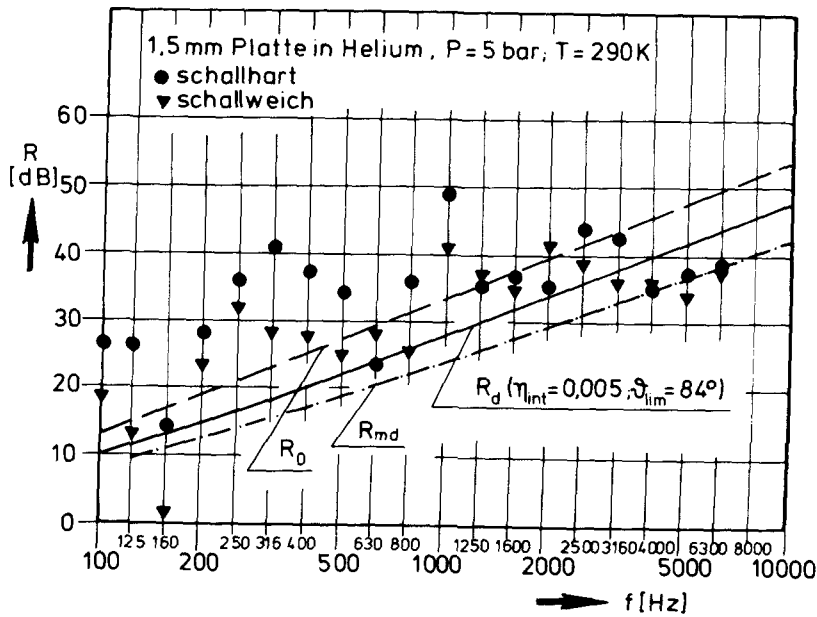


Abb. 54:

Schalldämmung einer  
1,5 mm dicken Stahl-  
platte in Helium von  
5 bar

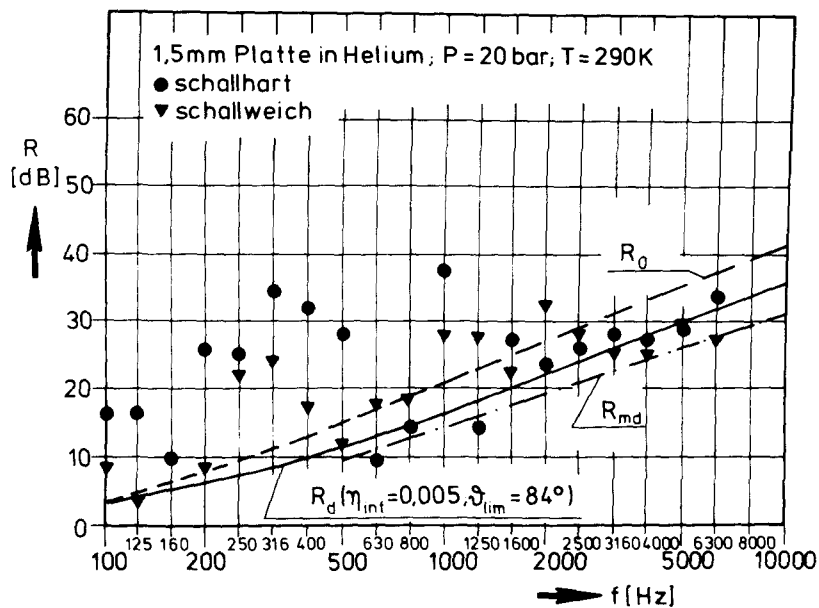


Abb. 55:

Schalldämmung einer  
1,5 mm dicken Stahl-  
platte in Helium von  
20 bar

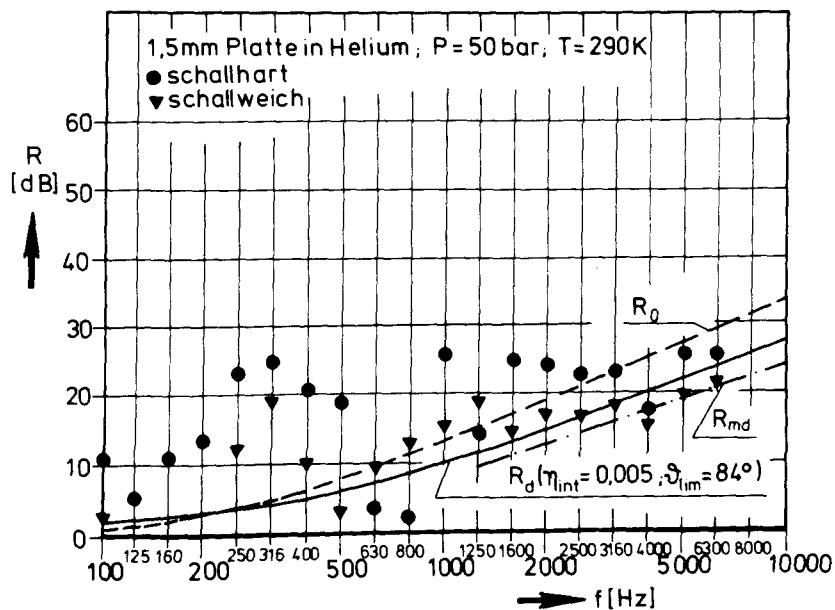


Abb. 56:

Schalldämmung einer  
1,5 mm dicken Stahl-  
platte in Helium von  
50 bar



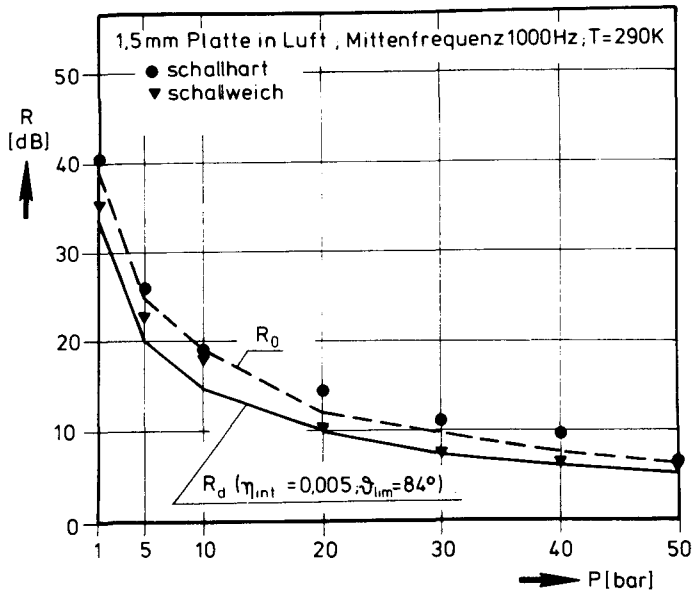


Abb. 57:

Schalldämmung einer 1,5 mm dicken Stahlplatte in Luft bei einer Mittenfrequenz von 1000 Hz

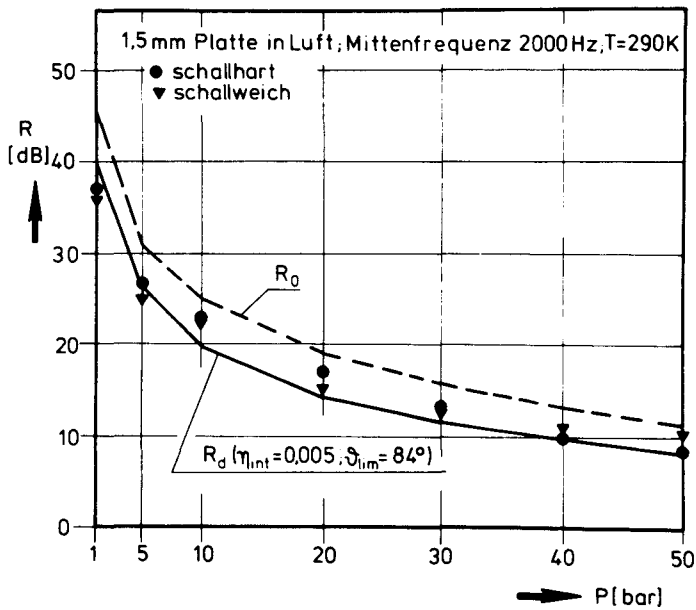


Abb. 58:

Schalldämmung einer 1,5 mm dicken Stahlplatte in Luft bei einer Mittenfrequenz von 2000 Hz

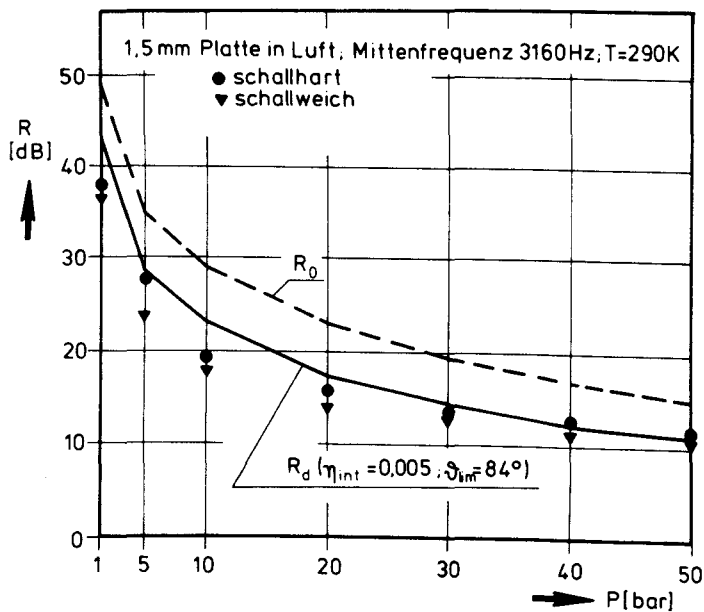


Abb. 59:

Schalldämmung einer 1,5 mm dicken Stahlplatte in Luft bei einer Mittenfrequenz von 3160 Hz

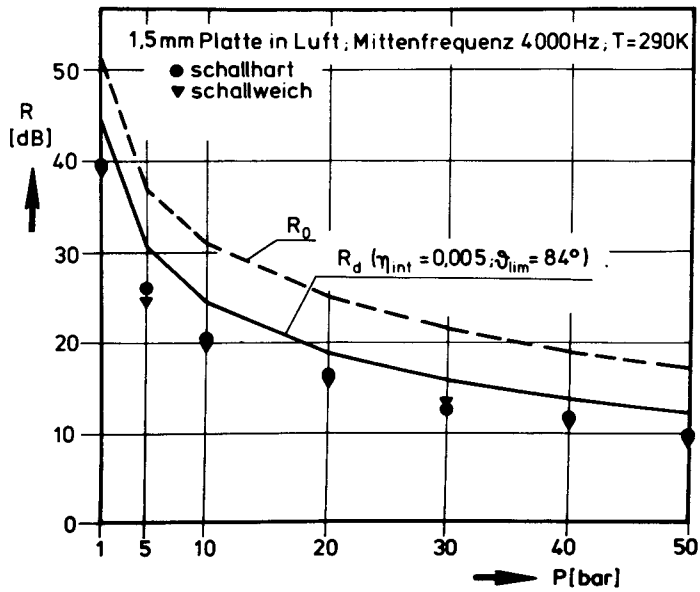


Abb. 60:

Schalldämmung einer 1,5 mm dicken Stahlplatte in Luft bei einer Mittenfrequenz von 4000 Hz

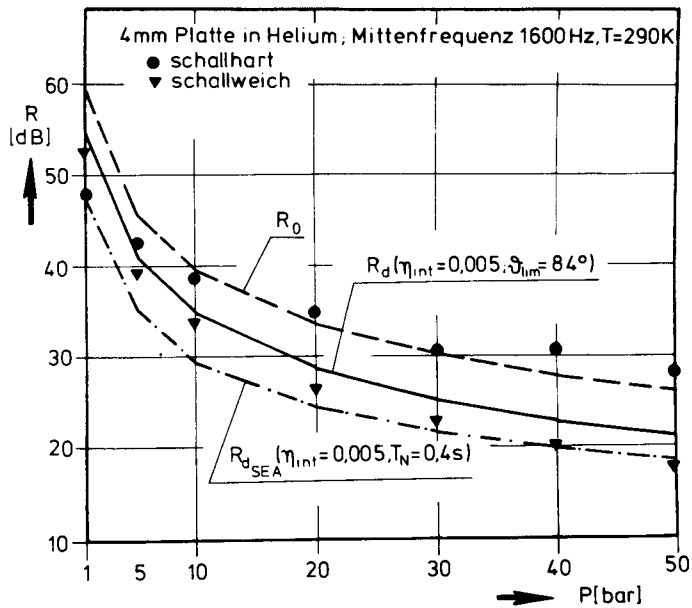


Abb. 61:

Schalldämmung einer 4 mm dicken Stahlplatte in Helium bei einer Mittenfrequenz von 1600 Hz

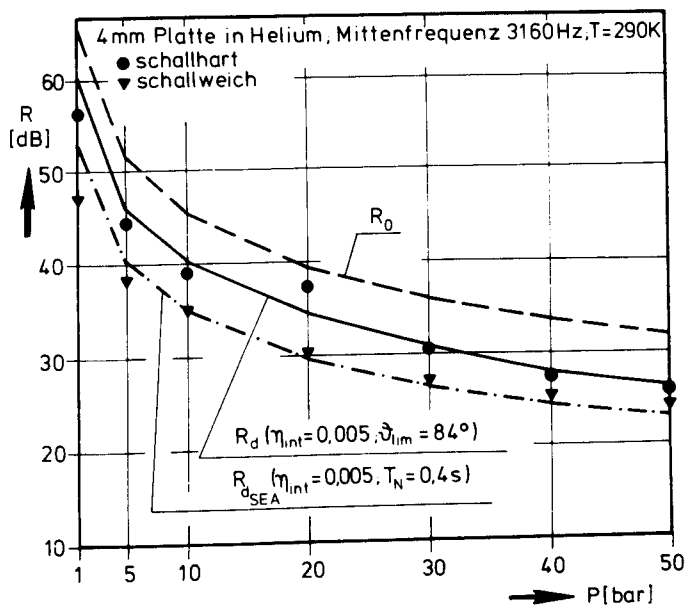


Abb. 62:

Schalldämmung einer 4 mm dicken Stahlplatte in Helium bei einer Mittenfrequenz von 3160 Hz

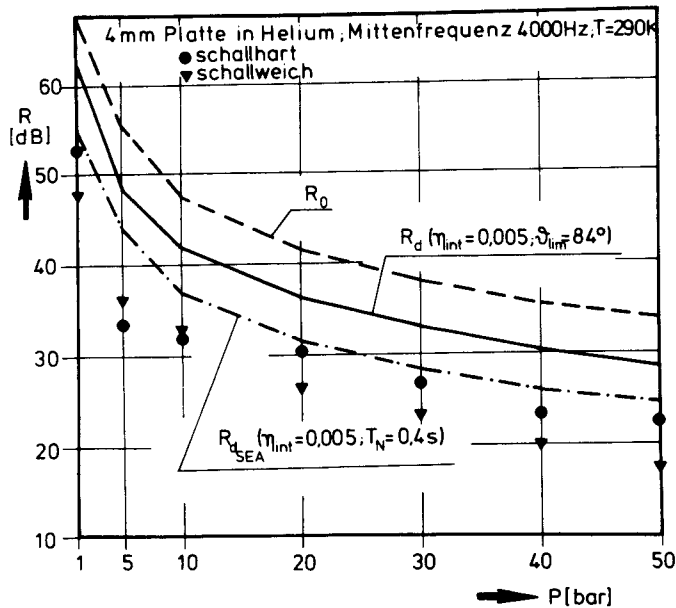


Abb. 63:

Schalldämmung einer 4 mm dicken Stahlplatte in Helium bei einer Mittenfrequenz von 4000 Hz

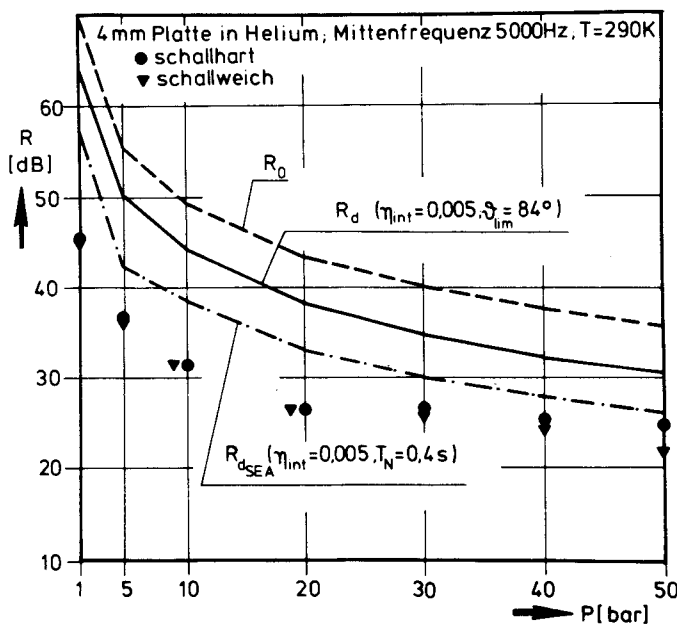


Abb. 64:

Schalldämmung einer 4 mm dicken Stahlplatte in Helium bei einer Mittenfrequenz von 5000 Hz

Die Übereinstimmung zwischen Theorie und praktischen Messungen ist teilweise als sehr gut zu bezeichnen. Zumindest wird der grundsätzliche Verlauf der theoretischen Kurven durch die Messungen bestätigt. Im allgemeinen liegen die Messungen mit schallhartem Rohrabschluß ("schallhart") dicht bei den Meßwerten, die bei Einsatz eines schallweichen Rohrabschlusses ("schallweich") ermittelt wurden. In Helium trifft dieses jedoch aus den vorhin genannten Gründen bezüglich der "Hohlraumkorrektur" erst bei höheren Frequenzen zu.

Zusammenfassend kann festgehalten werden, daß die Meßwerte insbesondere bei hohen Frequenzen, d.h. bei hohen akustischen Modendichten in den Räumen,

wegen der gleichmäßigeren Energieverteilung als zuverlässig eingestuft werden können. Der Druckeinfluß auf die Schalldämmung, wie ihn die Theorie vorgibt, kann durch die Messungen bestätigt werden.

Um die Frage zu klären, ob die Dichte oder der Wellenwiderstand des Mediums  $\rho \cdot c$  einen dominanten Einfluß auf die Schalldämmung besitzt, wurden einmal Schalldämmkurven bei gleicher Dichte in Luft und Helium und einmal bei gleichem Wellenwiderstand von Luft und Helium aufgenommen. Die Ergebnisse sind in den Abb. 65 und 66 dargestellt.

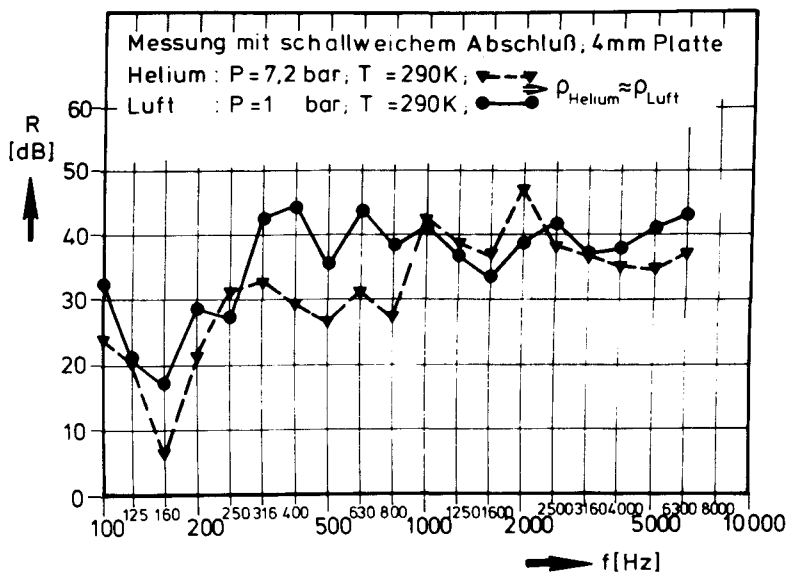


Abb. 65:

Schalldämmkurven bei gleicher Dichte des Umgebungsmediums für eine 4 mm dicke Stahlplatte

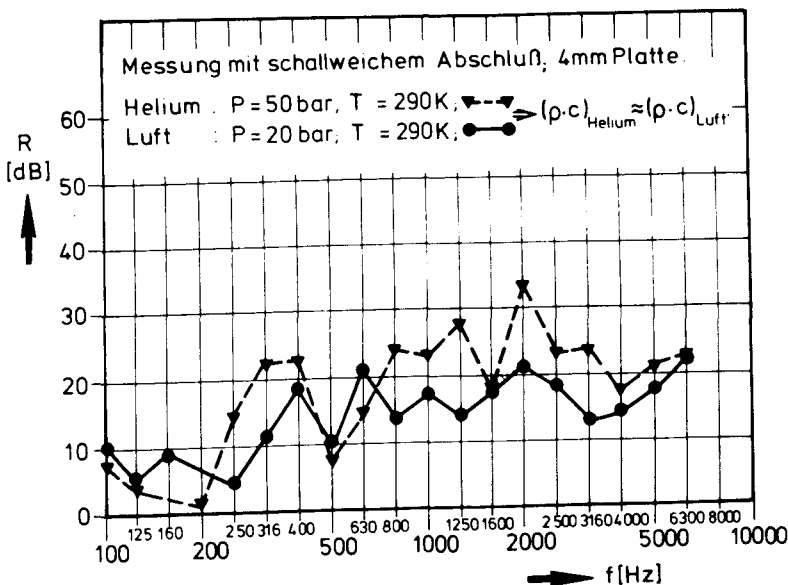


Abb. 66:

Schalldämmkurven bei gleichem Wellenwiderstand des Umgebungsmediums für eine 4 mm dicke Stahlplatte

Letztlich läßt sich allerdings anhand dieser beiden Bilder nicht genau ablesen, welches die dominierende Größe ist. Zwar liegen die Kurvenverläufe bei gleichem Wellenwiderstand geringfügig dichter zusammen, aber auch daraus kann kein eindeutiger Schluß gezogen werden. Geht man jedoch andererseits davon aus, daß die Messungen bei höheren Frequenzen eine größere Aussagekraft besitzen, als die wegen der starken Resonanzeinflüsse im unteren Frequenzbereich unsichereren Meßwerte, so kann unter diesem Aspekt anhand der Abb. 65 und 66 gefolgert werden, daß der Wellenwiderstand des Mediums einen größeren Einfluß auf die Schalldämmung besitzt, als die Dichte allein. Ausgedrückt wird dieses durch die in Abb. 66 im oberen Frequenzbereich nahezu gleichen Meßergebnisse in Luft und Helium, wenn deren  $\rho \cdot c$  gleich ist.

Die Messungen der Schalldämmung der Doppelplatte wurden, wie in Abschnitt 7.2 dargelegt, nur bei schallweichem Rohrabschluß durchgeführt. Die Vorausberechnung der Schalldämmung erfolgte mittels numerischer Integration der Gleichung 5.44 für die gleichdicke Doppelplatte und mittels Gleichung 5.54 für die Doppelplatte ungleicher Plattenstärken. Die Bereiche verminderter Schalldämmung, die sich aufgrund der Gleichung 5.48 ergeben und deren Grenzen, die mit "unterer London-Frequenz" ( $l_{lf}$ ) und mit "oberer London-Frequenz" ( $u_{lf}$ ) bezeichnet werden, sind druckabhängig, so daß sich bei den verschiedenen Druckstufen deren Werte ändern. Die obere London-Frequenz wird mit dem Grenzwinkel des Schalleinfalls ( $\vartheta_{lim} = 84^\circ$ ) gebildet.

In den Abb. 67-70 sind die Frequenzgänge der Doppelplatte mit gleichen Plattendicken von 1,5 mm in Helium für 4 Druckstufen bei zwei Plattenabständen aufgetragen.

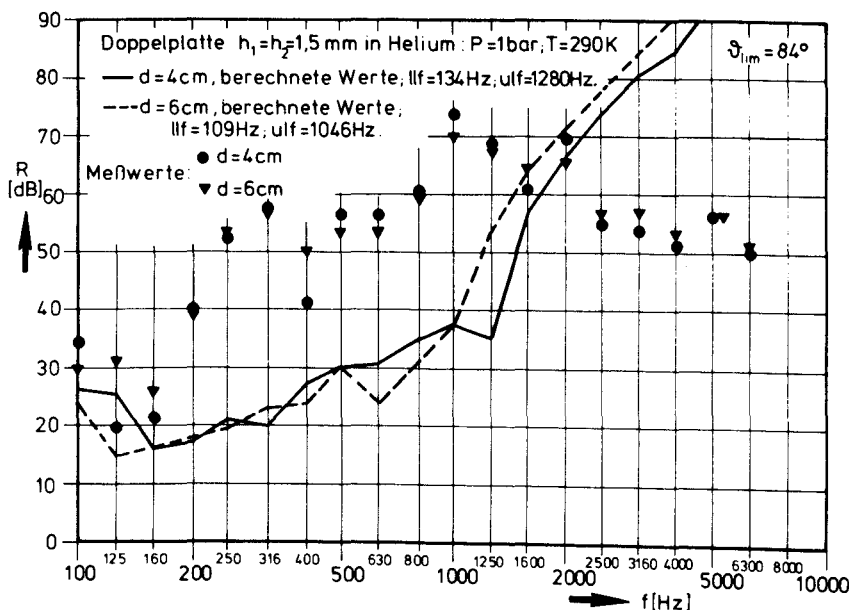


Abb. 67 Schalldämmung einer Doppelplatte gleicher Plattendicken von 1,5 mm aus Stahl in Helium von 1 bar

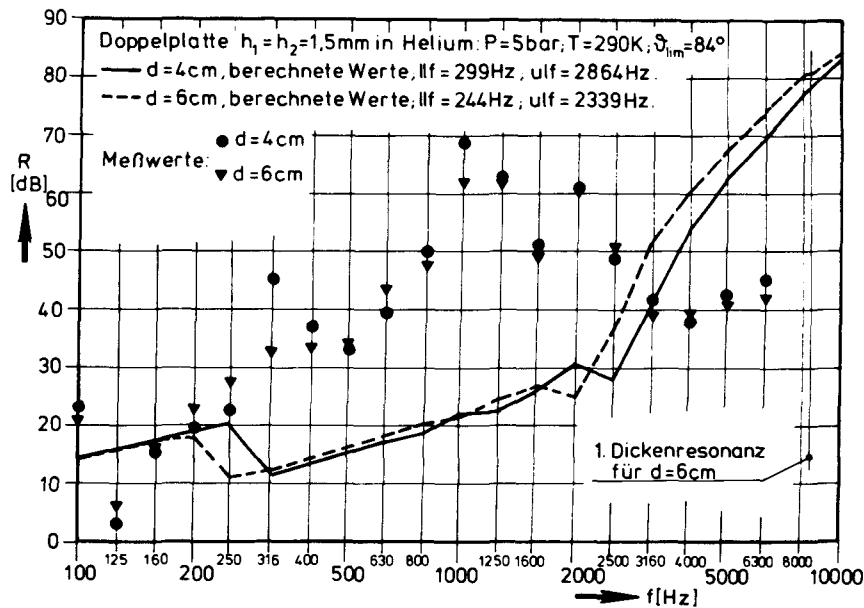


Abb. 68:

Schalldämmung einer Doppelplatte gleicher Plattendicken von 1,5 mm aus Stahl in Helium von 5 bar

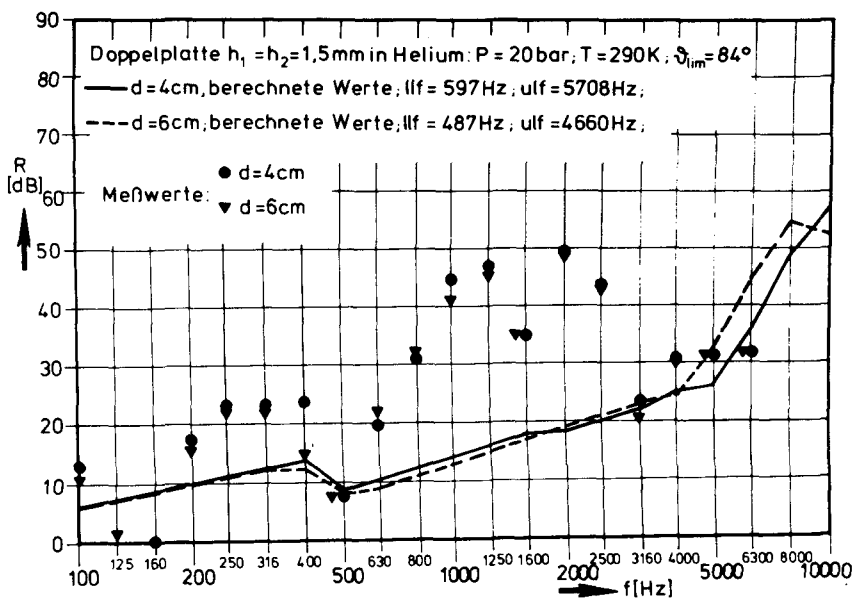


Abb. 69:

Schalldämmung einer Doppelplatte gleicher Plattendicken von 1,5 mm aus Stahl in Helium von 20 bar

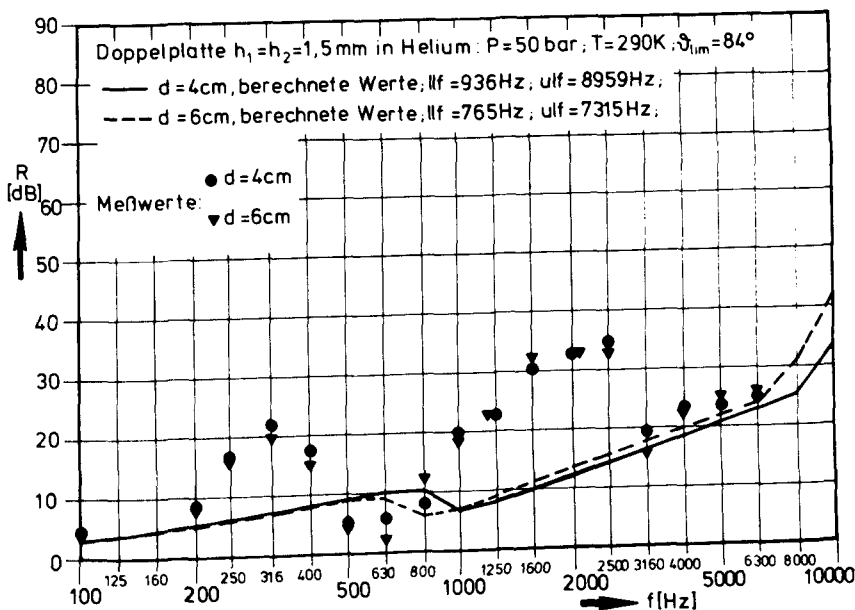


Abb. 70:

Schalldämmung einer Doppelplatte gleicher Plattendicken von 1,5 mm aus Stahl in Helium von 50 bar

Vergleicht man die Meßergebnisse der Doppelplatte mit denen der Einzelplatte (Abb. 53-56), so ergibt sich für die Meßergebnisse der Doppelplatte eine größere Abweichung von der Theorie als bei der Einzelplatte. Da die Messungen an der Doppelplatte nur bei der Verwendung eines reflexionsarmen Rohrabschlusses durchgeführt wurden, ist insbesondere der Vergleich mit den entsprechenden Meßwerten in den Abb. 53-56 von Bedeutung. Danach liegen die Schalldämmwerte der Doppelplatte höher als die der Einzelplatte. Die Wirkung der Masse-Medium-Masse Resonanzen im Bereich zwischen 1lf und ulf kann durch die Messungen nicht bestätigt werden. Oberhalb von ulf steigt das Schalldämmmaß theoretisch um 18 dB/Oktav. Es ist klar, daß die hier verwendeten dünnen Stahlplatten eine solche Steigerung der Schalldämmung nicht erbringen können. Durch die Verschiebung des Bereiches der verminderten Schalldämmung zwischen 1lf und ulf bei höheren Drücken, wird die Übereinstimmung zwischen Meßwerten und theoretischen Kurven besser. Die Wirkung der ersten Dickenresonanz für den Plattenabstand von 6 cm von 8300 Hz in Helium ist anhand der Meßwerte nicht zu beobachten. Außerdem verliert diese Dickenresonanz mit steigendem Druck an Einfluß, weil ulf diesen Frequenzbereich ebenfalls beeinflusst. Die in den Abb. 67-70 dargestellten Frequenzgänge der Schalldämmmaße zeigen, daß es nicht möglich war, die speziellen Charakteristiken der Doppelplatten durch die Messungen zu bestätigen. Die Abweichungen zwischen Messung und Theorie sind im unteren und mittleren Frequenzbereich erheblich, so daß im folgenden nur noch der Druckeinfluß auf das Schalldämmmaß der Doppelplatte diskutiert werden soll.

Dazu sind in den Abb. 71-76 Meßwerte und Berechnungswerte für zwei Mittenfrequenzen über dem Druck aufgetragen.

Die Abweichungen der Meßwerte von den berechneten Ergebnissen werden bei höheren Drücken durch die Verschiebung des Bereiches der verminderten Schalldämmung zwischen 1lf und ulf kleiner. Allerdings wird die Voraussetzung  $\lambda \gg d$ , die zur Bestimmung von 1lf und ulf nach Gleichung 5.48 und 5.55 führen, mit steigendem Druck immer weniger erfüllt, so daß die Ausprägung der Schallminderung bei den berechneten Kurven geringer wird. So ist die Differenz bei sämtlichen Messungen bei 1 bar zwischen Theorie und Messung am größten. Durch die Verwendung einer 4mm Platte bei der Doppelplatte, mußte sich in Luft bei der Messung in der 3160 Hz Mittenfrequenz die Spuranpassung auswirken. Anhand der Abb. 73 und 74 kann dieses durch Vergleich der beiden Diagramme miteinander festgestellt werden. Die Meßwerte bei der Mittenfrequenz

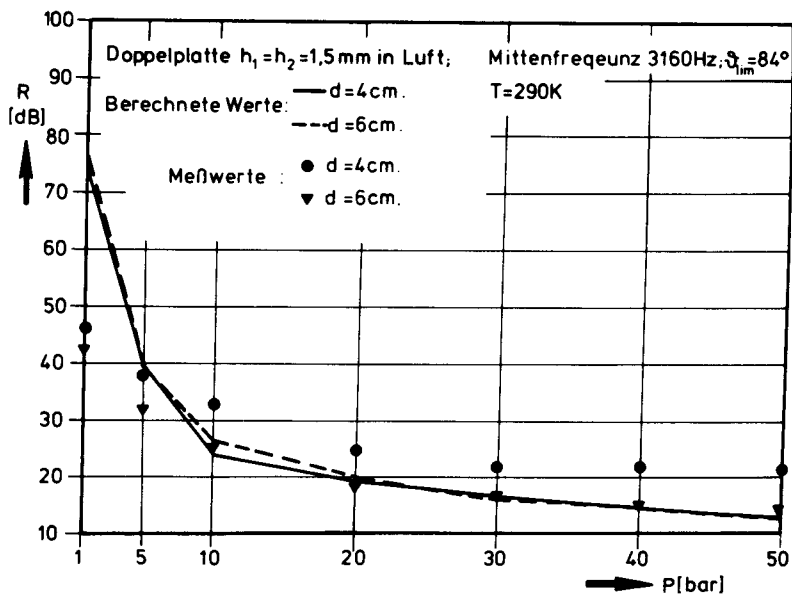


Abb. 71:

Schalldämmung einer Doppelplatte gleicher Plattendicke von 1,5 mm aus Stahl in Luft bei einer Mittenfrequenz von 3160 Hz

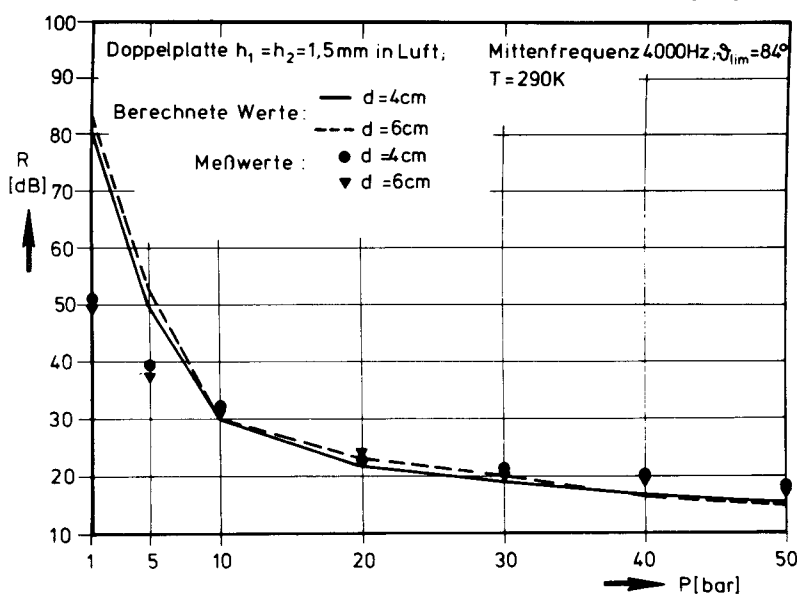


Abb. 72:

Schalldämmung einer Doppelplatte gleicher Plattendicke von 1,5 mm aus Stahl in Luft bei einer Mittenfrequenz von 4000 Hz

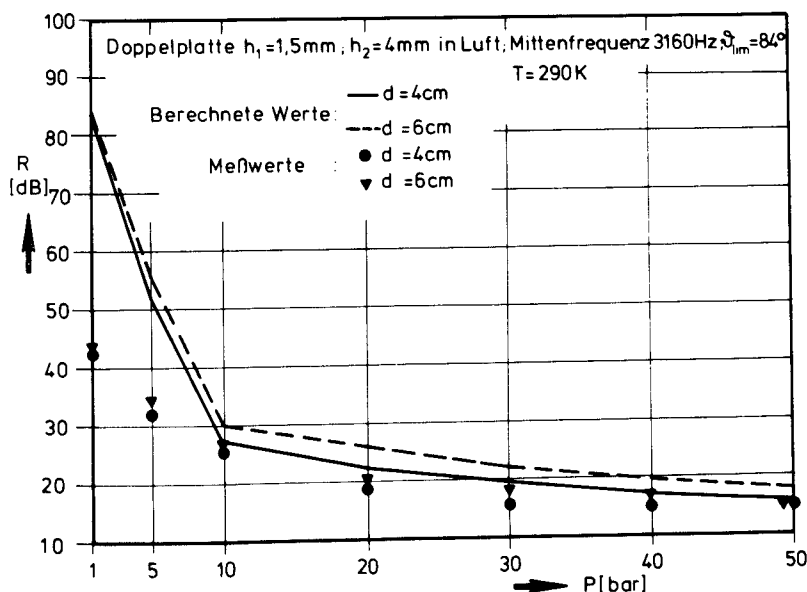


Abb. 73:

Schalldämmung einer Doppelplatte ungleicher Plattendicke 1,5/4 mm aus Stahl in Luft bei einer Mittenfrequenz von 3160 Hz



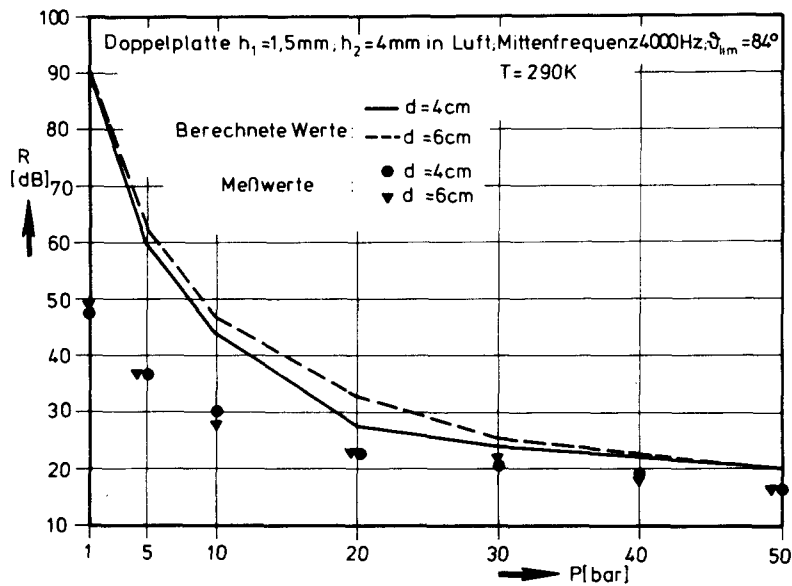


Abb. 74:

Schalldämmung einer Doppelplatte ungleicher Plattendicke 1,5/4 mm aus Stahl in Luft bei einer Mittenfrequenz von 4000 Hz

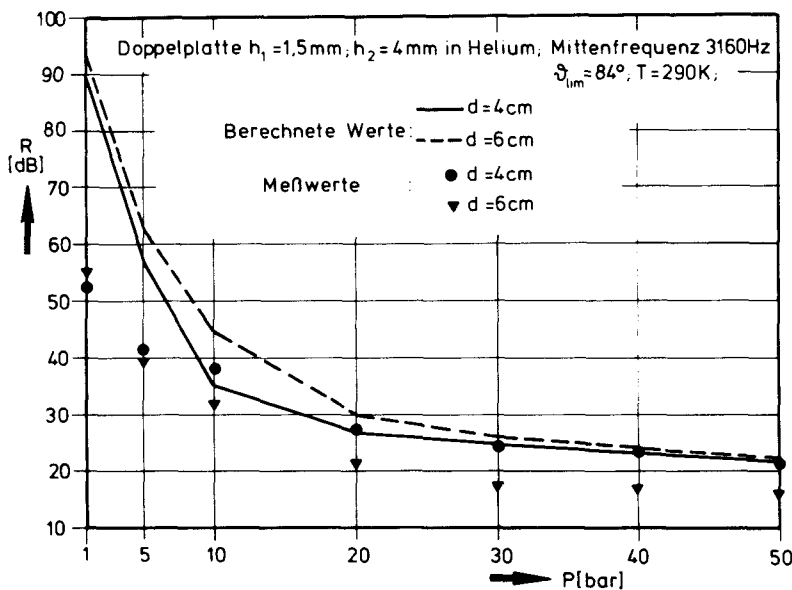


Abb. 75:

Schalldämmung einer Doppelplatte ungleicher Plattendicke 1,5/4 mm aus Stahl in Helium bei einer Mittenfrequenz von 3160 Hz

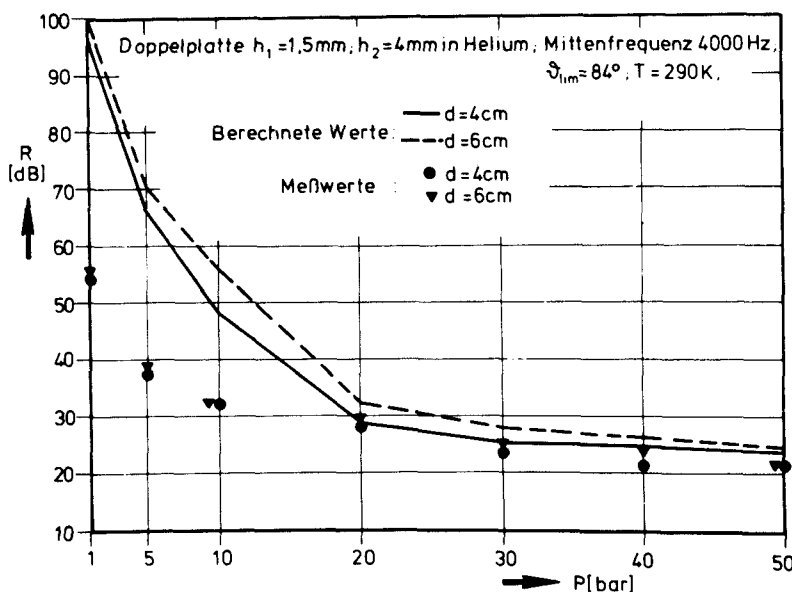


Abb. 76:

Schalldämmung einer Doppelplatte ungleicher Plattendicke 1,5/4 mm aus Stahl in Helium bei einer Mittenfrequenz von 4000 Hz

3160 Hz liegen bei allen Drücken tiefer als die bei 4000 Hz ermittelten Werte. Diese Differenz kann nicht nur der Frequenzsteigerung zugeordnet werden, sondern muß auf die Spuranpassung zurückgeführt werden. Dafür sprechen schon die Abb. 71, 72, 75 und 76, weil dort auch eine Steigerung der Frequenz von 3160 Hz nach 4000 Hz nur eine minimale Erhöhung des Schalldämmmaßes mit sich bringt.

Die Auswirkungen des größeren Plattenabstandes sind wegen der nur geringfügigen Steigerung von 4 cm auf 6 cm als nicht bedeutend zu bezeichnen, obwohl sich in den meisten Fällen, speziell im oberen Frequenzbereich, für den größeren Plattenabstand auch die höheren Dämmwerte ergaben.

Für alle Messungen mit der Doppelplatte gilt, daß sowohl in Helium als auch in Luft der Druckeinfluß auf die Schalldämmung eindeutig wiedergegeben wird. Der Vergleich mit der Theorie ist hier komplizierter, als bei der Einzelplatte, weil der Resonanzbereich des Gesamtsystems Doppelplatte zwischen 11f und 15f seine Lage bei höheren Drücken verändert. Dies bedeutet, daß bei einigen Berechnungswerten noch die theoretische Erhöhung der Schalldämmung um 18 dB/ Oktav zum Tragen kommt, andere jedoch schon durch 15f beeinflußt werden.

Wie bei der Einzelplatte, so soll auch hier versucht werden die Frage zu klären, ob der Wellenwiderstand des Mediums oder dessen Dichte den Haupteinfluß auf die Schalldämmung besitzt. In Abb. 77 und 78 sind die Frequenzgänge der Meßwerte bei gleicher Dichte und gleichem  $\rho \cdot c$  aufgetragen.

Geht man wieder von der Voraussetzung aus, daß die Messungen bei höheren Frequenzen eine größere Aussagekraft besitzen, so kann hier wohl eindeutig gesagt werden, daß die Messungen bei gleichem Wellenwiderstand dichter zusammenliegen, als die bei gleicher Dichte. Damit kann gefolgert werden, daß der Wellenwiderstand des Mediums die Haupteinflußgröße auf die Schalldämmung ist.

Abschließend kann festgestellt werden: In den Formeln zur Berechnung der Schalldämmung taucht als druckabhängige Größe die Dichte auf. Höhere Dichten des Umgebungsmediums bedeuten eine Verringerung der Schalldämmung. Die Messungen bestätigen diesen von der Theorie vorgegebenen Einfluß sowohl in Luft als auch in Helium. Durch die Verwendung zweier Medien war die Möglichkeit gegeben, den Einfluß der Schallgeschwindigkeit bzw. der Kombination aus

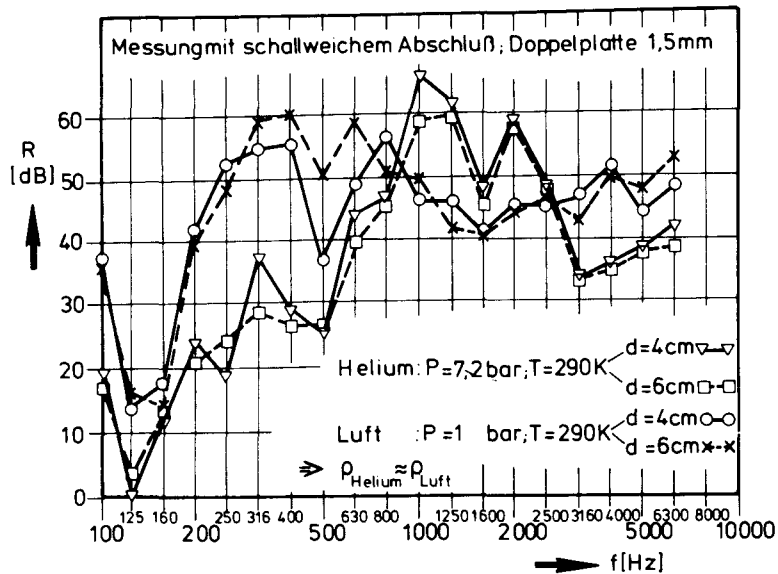


Abb. 77:

Schalldämmkurven bei gleicher Dichte des Umgebungsmediums für eine Doppelplatte aus Stahl mit gleicher Dicke von 1,5 mm

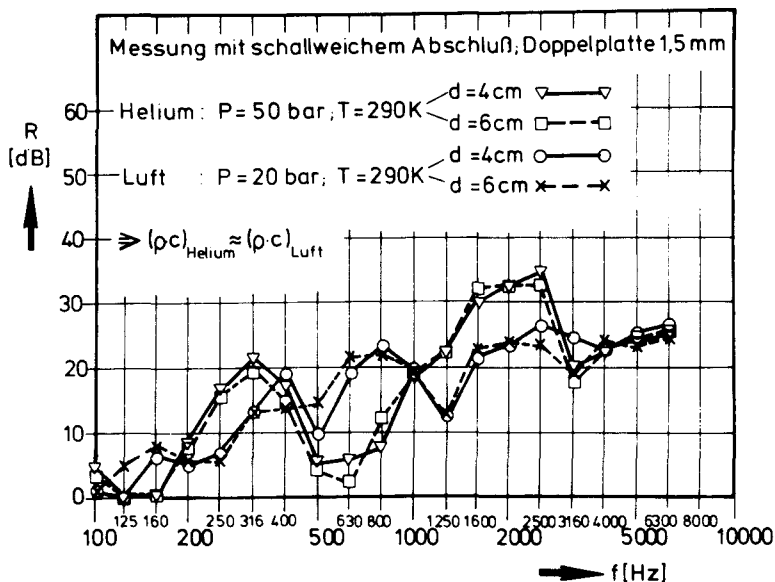


Abb. 78:

Schalldämmkurven bei gleichem Wellenwiderstand des Umgebungsmediums für eine Doppelplatte aus Stahl mit gleicher Dicke von 1,5 mm

Schallgeschwindigkeit und Dichte, des Wellenwiderstandes, zu untersuchen. Insbesondere die Messungen an der Doppelplatte bekräftigen den Einfluß des Wellenwiderstandes des Umgebungsmediums auf die Schalldämmung. Demgegenüber bewirken gleiche Dichte aber verschiedene Schallgeschwindigkeiten unterschiedliche Schalldämmmaße.

## 8. Übertragbarkeit der Meßergebnisse auf Großausführungen

Bevor man die Frage nach der Ausführung von Modellversuchen stellt, muß zunächst theoretisch abgeklärt werden, ob aus den physikalischen Zusammenhängen, die das Problem beschreiben, überhaupt Modellgesetze ableitbar sind. Grundsätzlich stehen für das Auffinden von Kennzahlen (Modellbedingungen) drei Verfahren in der Ähnlichkeitslehre zur Verfügung:

- 1.) Bestimmung der Modellgesetze mit Hilfe der Dimensionsanalyse.
- 2.) Bestimmung der Modellgesetze aus den beschreibenden Differentialgleichungen, ohne sie explizit zu lösen.
- 3.) Bestimmung der Modellgesetze aus einer expliziten mathematischen Formulierung. (Berechnungsformeln sind bekannt.)

Wie innerhalb des theoretischen Teils dieser Arbeit dargelegt wurde, sind Berechnungsformeln für die Ermittlung der Schalldämmwerte eines Materials bekannt, so daß für die modellmäßige Bestimmung der Schalldämmung von dem dritten Verfahren ausgegangen werden kann.

Dazu sei die Formel für die Massenschalldämmung noch einmal hingeschrieben:

$$R_m(\vartheta) = 10 \lg \left[ 1 + \left( \frac{\omega m' \cos \vartheta}{2 \rho c} \right)^2 \right] \quad (8.1)$$

Durch die Annahme eines diffusen Schallfeldes entfällt der Einfallswinkel des Schalls als Einflußgröße auf das Schalldämmmaß

$$R_{md} \sim 10 \lg \left[ 1 + \left( \frac{2 \pi f h \rho_p}{2 \rho c} \right)^2 \right] \quad (8.2)$$

Um die gleiche Beanspruchung der Struktur zu gewährleisten, müssen die Amplitudenverhältnisse im Modell und in der Hauptausführung dieselben sein. Damit folgt zwangsläufig, daß die Schalldämmwerte an beiden Ausführungen gleich sein müssen. Schon durch den Zehnerlogarithmus ist dieses geboten. Es folgt:

$$\left[ \frac{2 \pi f h \rho_p}{2 \rho c} \right]_H = \left[ \frac{2 \pi f h \rho_p}{2 \rho c} \right]_M \quad (8.3)$$

H = Hauptausführung

M = Modell

Da die Schalldämmungsgesetze, wie sie L. Cremer abgeleitet hat, von unendlich ausgedehnten Platten ausgehen, steckt in den Berechnungsformeln nur eine geometrische Größe, nämlich die Plattendicke  $h$ . Verwendet man gleiches Umgebungsfluid und gleiches Material im Modell und in der Hauptausführung, so bleibt als dimensionsbehaftete Bedingung:

$$(fh)_H = (fh)_M \quad (8.4)$$

Der Frequenzmaßstab ist durch das Waddickenverhältnis Modell/Hauptausführung vorgegeben. Umgekehrtes gilt, wenn die Frequenz modellmäßig vorge-schrieben ist. Selbst unter Einbeziehung der Spuranpassung bleibt bei den angegebenen Voraussetzungen die dimensionsbehaftete Bedingung 8.4 als Ähnlichkeitsgesetz gültig. Wie Schoch und Fehér /44/ darstellen, sind die am Modell gewonnenen Ergebnisse zufriedenstellend, wenn es gelingt, mittels einer besonderen Schallquelle ein diffuses Schallfeld zu erzeugen. Darin wird wohl die größte Schwierigkeit bei den Modellversuchen liegen. Einzelne Resonanzen der akustischen Räume werden im Modell immer mehr zur Wirkung kommen, als in einer großen Hauptausführung, weil die Energie bei geringer Resonanzmodendichte durchaus nicht als gleichverteilt angenommen werden kann.

Führt man in die Gleichung 8.3 die Schallgeschwindigkeit der Platte  $c_p$  ein, so folgt:

$$\left[ \frac{2\pi fh \rho_p c_p}{2 \rho c c_p} \right]_H = \left[ \frac{2\pi fh \rho_p c_p}{2 \rho c c_p} \right]_M \quad (8.5)$$

Unter der Annahme, daß gleiches Plattenmaterial und gleiches Umgebungsmedium im Modell und Hauptausführung verwendet wird, ergibt sich die dimensionslose Bedingung:

$$\left[ \frac{h}{\lambda_p} \right]_H = \left[ \frac{h}{\lambda_p} \right]_M \quad (8.6)$$

$\lambda_p = \text{Plattenwellenlänge}$

Die Bedingung der Gleichung 8.6 bedeutet, daß unter den gemachten Voraussetzungen die Meßergebnisse im Modell auf die Hauptausführung übertragbar sind, wenn das Verhältnis Plattendicke/Plattenwellenlänge in beiden Aus-

führungen gleich ist.

Bei den hier durchgeführten Versuchen wurden weder die Plattenstärken noch die Frequenzen maßstäblich erfaßt, weil die Bedingungen bezüglich des Schallfeldes wie sie in /44/ dargelegt sind, wohl kaum in dem hier vorliegenden Versuchsrohr, das als Modell für die größere Heißgasleitung diente, geschaffen werden können.

Die Frage stellt sich, ob trotzdem die Meßergebnisse auf große Platten übertragbar sind. M. Heckl /45/ zeigt, daß die Schalldämmung von Einfachwänden unterhalb der Grenzfrequenz nicht wesentlich durch die endliche Größe der Platte und deren Einspannung beeinflusst wird. Daraus folgt insbesondere für die Versuche in Helium, daß die Übertragbarkeit der Schalldämmwerte auf große Trennwände zulässig ist. Für die Doppelplatte muß dasselbe gelten, allerdings mit der Einschränkung, daß die Plattenabstände im Modell und in der Hauptausführung gleich sein müssen. Andererseits ist jedoch zu bedenken, daß die Raumgröße wegen der unterschiedlichen Energieverteilung eine Rolle spielt. Erinnt sei in diesem Zusammenhang an die Eigenschaften des Rohrschallfeldes, bei dem insbesondere bei der Verwendung von drehklangerzeugenden Schallquellen der Rohrdurchmesser wegen der Cutoff-Frequenzen eine erhebliche Rolle spielt.

Geht man die Frage nach der Übertragbarkeit noch einmal aufgrund der in Abschnitt 5.3 abgeleiteten Formeln an, so ist noch die Übertragbarkeit der akustischen Dämpfung zwischen Modell und Hauptausführung zu diskutieren. Wie die Berechnungsformeln für die Strahlungswiderstände (Gl. 5.75) zeigen, spielt dabei die Plattenfläche eine Rolle. Die Übertragung der Plattenfläche vom Modell auf die Hauptausführung erfolgt proportional dem Quadrat des Rohrdurchmesser. Die Frage, ob Meßergebnisse vom Modell auf die Hauptausführung übertragbar sind, hängt davon ab, ob gewisse Einflüsse vernachlässigbar sind oder nicht, so spielt ohne Zweifel neben den geometrischen Verhältnissen auch die Art der Schallquelle eine wichtige Rolle. Für die exakte schall- und schwingungstechnische Untersuchung von Strukturen sind sicherlich nur Originalversuche möglich. Sollen dazu noch gekrümmte Strukturen getestet werden, so empfiehlt es sich, einen Versuchsstand in Originalgröße zu erstellen, um den Einfluß des Krümmungsradius auf das Schwingungsverhalten messen zu können. Erste Parameterstudien sind dennoch an kleineren Ausführungen sinnvoll, um z.B. wie hier geschehen, den Druckeinfluß auf die Schalldämmung von ebenen Platten zu studieren.

## 9. Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurde der Einfluß eines höheren Umgebungsdruckes auf den Schalldurchgang durch ebene Platten untersucht. Die Versuche fanden in einem Rohr bei Luft- und Heliumatmosphären bis 50 bar statt.

Im ersten Teil dieser Arbeit werden die theoretischen Grundlagen des Rohrschallfeldes, der Schallerzeugung durch Turbomaschinen und des Schalldurchganges durch Einfach- und Doppelplatten ausführlich erörtert. Die Ableitungen ergeben, daß die Schallausbreitung im Rohr oberhalb der ersten Cutoff-Frequenz dispersiv ist, d.h. die Ausbreitungsgeschwindigkeit der einzelnen Moden ist frequenzabhängig. Das ausbreitungsfähige Schallfeld besteht aus der ebenen Welle mit überlagerten sog. Spiralwellen deren Cutoff-Frequenzen durch die Anregung überschritten wurde.

Bei der Behandlung der Schallerzeugung durch Turbomaschinen zeigte sich, daß der Aufbau des Drehklangschallfeldes mit dem des Rohrschallfeldes übereinstimmt. Dadurch können z.B. Gebläse einige Moden in der anschließenden Rohrleitung besonders stark anregen. Tyler und Sofrin /9/ geben eine umfassende Darstellung der Vorgänge die zur Schallerzeugung durch Turbomaschinen führen.

Die Berechnungsformeln der Schalldämmung wurden nach mehreren Verfahren abgeleitet. Dabei wird sich in besonderer Weise auf die Ausführungen von Cremer /23/, /24/, /25/ und Lyon /18/ gestützt. Die Theorie von Cremer geht auf die Wirkung der Spuranpassung ein und stuft die Schalldämmung unterhalb der Grenzfrequenz als Massenschalldämmung ein. Oberhalb der Grenzfrequenz spielen dann Steifigkeitseinflüsse der Struktur eine Rolle. Die Schalldämmung erreicht bei der Spuranpassung ein Minimum.

Wie in Abb. 12 gezeigt, liegen die Grenzfrequenzen für die untersuchten Platten in Helium sehr hoch und außerhalb des bei den Versuchen angewendeten Meßbereiches, so daß die Spuranpassung keine Rolle spielt und mit der reinen Massenschalldämmung gerechnet werden kann.

Bei den Ableitungen der Berechnungsformeln für die Schalldämmung mittels statistischer Energieanalyse SEA, wurden die umfassenden Darstellungen von Lyon ausgewertet. Bei der SEA wird die akustische Dämpfung als druck- und

frequenzabhängige Größe in die Berechnungen eingefügt. Für die Anwendbarkeit von SEA muß jedoch von einer Gleichverteilung der Schwingungsenergie auf die Moden der Struktur ausgegangen werden. Bei zu geringer Modendichte weisen die vorausberechneten Werte große Fehler auf. Rivenaes /21/ findet bei seinen Schwingungsuntersuchungen am Modell des Reaktors "Dungeness B", daß es nicht möglich ist, die Schwingungsantwort von Platten rechnerisch mit SEA vorherzubestimmen, wenn die Modendichte kleiner als 0,02 Moden/Hz ist. Da die Modendichte proportional zur Plattenfläche und umgekehrt proportional zur Plattendicke ist (siehe Gl. 5.74), ergeben sich entsprechende Folgerungen für schwingungstechnische Untersuchungen.

Bei der Berechnung des Schalldurchganges mittels SEA sind sicherlich neben einer genügend großen Modendichte auch die Abstrahlungseigenschaften der Platte von Bedeutung. Da die Schallabstrahlung bei höheren Dichten effektiver wird, soll SEA hier für beide Platten angewendet werden, obwohl die 4 mm dicke Platte nur eine rechnerische Modendichte von 0,00759 Moden/Hz aufweist. Die Messung der Schallabstrahlung, wie sie sich z.B. aufgrund der Anregung durch einen Shaker ergibt, war wegen der Einspannmöglichkeit der Platte und der kleinen Plattenfläche nicht möglich.

Die Ausführungen über die Doppelplatte basieren auf den Arbeiten von Cremer /23/ und London /29/. Die Ableitungen zeigen Eigenschaften der Doppelplatte, die z.B. im unteren Frequenzbereich durch das Auftreten sog. Masse-Medium-Masse Resonanzen zu einer theoretisch verschwindenden Schalldämmung führt. Mit den Ableitungen der Berechnungsformeln nach SEA für die Doppelplatte wird das theoretische Kapitel abgeschlossen.

Im experimentellen Teil der vorliegenden Arbeit konnte durch die Schalldurchgangsmessungen bei Drücken bis 50 bar in Luft und Helium gezeigt werden, daß die Schalldurchgangsgesetze, wie sie für Luft bei Normalzustand abgeleitet worden sind, auch bei höheren Drücken und in Helium anwendbar sind. Insbesondere im höheren Frequenzbereich kann durch die Messungen die Gültigkeit dieser Gesetze bei höheren Drücken und in Helium nachgewiesen werden. Auch bei der Doppelplatte kann der Druckeinfluß auf das Schalldämmmaß deutlich gezeigt werden. Allerdings können die speziellen Eigenschaften der Doppelplatte wie Tonpilz-Eigenfrequenz und Dickenresonanzen des Zwischenraumes wegen des akustischen Verhaltens der bei den Versuchen vorliegenden kleinen Räume nicht eindeutig dargestellt werden.



Durch Messungen, die bei gleicher Dichte und gleichen Wellenwiderstand des Umgebungsmediums erfolgten, konnte festgestellt werden, daß der Wellenwiderstand den Haupteinfluß auf den Schalldurchgang besitzt. Bei der Messung der Schalldämmung im Druckrohr wurden neben der Ermittlung der Schalldruckpegel im Sende- und Empfangsraum noch die internen Verlustfaktoren der Platten und die Nachhallzeit des Empfangsraumes gemessen. Durch die Messungen sollte festgestellt werden, welchen Einfluß der Umgebungsdruck, das Umgebungsmedium und die Frequenz auf diese beiden Größen ausübt. Die Meßergebnisse der Nachhallzeit des Empfangsraumes und des internen Verlustfaktors zeigen, daß der Druck des Umgebungsmediums nur im unteren Frequenzbereich eine Rolle spielt. Die Nachhallzeiten in Helium sind, insbesondere im unteren Frequenzbereich, kleiner als die in Luft. Einen Einfluß der Frequenz auf die Nachhallzeiten in Helium ist, im Unterschied, zu Luft kaum spürbar. Die gemessenen Verlustfaktoren der Platten liegen in beiden Medien innerhalb des für Metalle aus der Literatur bekannten Bereiches von 0,1-0,001. Eine Frequenzabhängigkeit der inneren Verluste der Platten ist nur im unteren Frequenzbereich zu beobachten.

Für die Verhältnisse in der Heißgasleitung des HTR bedeutet die vorliegende Untersuchung, daß der Schalldurchgang bei höheren Drücken besser wird, d.h. die Dämmwirkung der einzelnen Bauteile nimmt ab. Damit kann mit steigendem Druck mehr Schallenergie das Gasführungsrohr mit dem coaxialen Lochblechzylinder bzw. den Deckplatten durchdringen und die eigentlichen Isolationssteile wie Blechfolien und Fasermatten zu Schwingungen anregen. Diese Schwingungsanregung kann bei genügend großer Schallerzeugung durch die Gebläse des HTR unter Umständen zum Bruch der Isolationsteile und damit zur Verminderung der Wärmeisolierung der Leitung führen. Für zukünftige Arbeiten auf diesem Gebiet sind daher zwei Schwerpunkte erkennbar: 1.) Untersuchung der Schallerzeugung der Gebläse bei höheren Drücken und 2.) Untersuchung der Schwingungsanregung der Fasermatten und Blechfolien durch den Gebläseschall. Ein Schallprüfstand, der entsprechende Versuche an Originalinnenisolierungen ermöglicht, wird z. Zt. im Institut für Reaktorbauelemente der Kernforschungsanlage Jülich aufgebaut.

10. Verwendete Formelzeichen

<u>Symbol</u>	<u>Bedeutung</u>
a) <u>Lateinische Buchstaben</u>	
A	Konstante
$A_p$	Plattenfläche
$A_R$	Rohrquerschnitt
$a_k(r)$	Radiale Verteilung des Schalldruckes
$a_{m,k}$	Amplitude der Mode $m,k$
$a_{m,n}$	Argument der Nullstelle von $J_m'$ ( $k_r$ $r_a$ )
B	Konstante
B	Anzahl der Rotorflügel
$B'$	Auf die Breitereinheit bezogene Biegesteife
c	Schallgeschwindigkeit
$c_L$	Longitudinalwellengeschwindigkeit in der Platte
$c_B$	Biegewellengeschwindigkeit
d	Abstand der Platten zueinander
E	Elastizitätsmodul
E	Energie
$E_s$	Schallenergie im Senderraum
$E_e$	Schallenergie im Empfangsraum
F	Querkraft
f	Frequenz
$f_o$	Tonpilz-Eigenfrequenz
$f_B$	Biegewellen-Frequenz
$f_g$	Grenzfrequenz
$f_{m,n}$	Cutoff-Frequenz der Mode $m,n$
$f_n$	n-te Dickenresonanz
$f_R$	Ringdehnungsfrequenz
grad	Gradient
H	Hauptausführung
h	Plattendicke
$J_m$	Besselsche Funktion m-ter Ordnung
$J'_m$	Abgeleitete Besselsche Funktion m-ter Ordnung
j	$\sqrt{-1}$

$k$	Auf die Masseneinheit bezogene Kraft
$k$	Wellenzahl
$k$	Ordnung der Harmonischen
$k_B$	Biegewellenzahl
$k_r$	Radiale Komponente der Wellenzahl
$k_z = k_z m, n$	Axiale Komponente der Wellenzahl
$L$	Rohrlänge
$L_{p_s}$	Schalldruckpegel im Senderraum
$L_{p_e}$	Schalldruckpegel im Empfangsraum
$\overline{L}_{p_s}$	Gemittelter Schalldruckpegel im Senderraum
$\overline{L}_{p_e}$	Gemittelter Schalldruckpegel im Empfangsraum
$l$	Kantenlänge einer quadratischen Platte
$llf$	Lower London Frequency
$lg$	Zehnerlogarithmus
$l_x, l_y$	Kantenlängen einer Rechteckplatte
$M$	Machzahl
$M$	Modell
$M_b$	Biegemoment
$M_p$	Plattenmasse
$M_m$	Machzahl der Mode $m$
$M_s$	Machzahl der Schaufelspitzen
$m$	Anzahl der Knotenkreisdurchmesser
$m'$	Massenbelegung der Platte
$m, n$	Modenordnung
$N_m$	Neumannsche Funktion $m$ -ter Ordnung
$n$	Anzahl der Knotenkreise
$n(f)$	Modendichte
PSD	Power Spectral Density
$P$	Statischer Druck des umgebenden Mediums
$p$	Schalldruck
$p_i$	Auf die Platte auftreffender Schalldruck
$p_t$	Durch die Platte transmittierter Schalldruck
$q$	Index
$R$	Schalldämmmaß
$R_{mo} = R_o$	Schalldämmung nach dem Massegesetz bei senkrechtem Schalleinfall
$R_{md}$	Schalldämmung nach dem Massegesetz bei diffusem Schalleinfall

$R_d$	Schalldämmung bei diffusem Schalleinfall
$R_{dSEA}$	Berechnetes Schalldämmmaß nach SEA für den diffusen Schalleinfall
$R_{rad}$	Strahlungswiderstand
$s$	Ganze Zahl
$T$	absolute Temperatur
$T_A$	Ausschwingzeit der Platte
$T_N$	Nachhallzeit
$T_{N_e}$	Nachhallzeit im Empfangsraum
$t$	Zeitkoordinate
$U$	Umfang der Platte
$u$	Auslenkung
$ulf$	Upper London Frequency
$V$	Volumen
$V$	Anzahl der Leitschaukeln
$V_s$	Volumen des Senderraumes
$V_e$	Volumen des Empfangsraumes
$v$	Schallschnelle
$\vec{v}$	Wechselgeschwindigkeit der Mediumteilchen
$v_r$	Radiale Komponente der Wechselgeschwindigkeit
$v_{Gr}$	Gruppengeschwindigkeit
$v_{Ph}$	Phasengeschwindigkeit
$w$	Strömungsgeschwindigkeit
$Z_o$	Wellenwiderstand des Mediums
$Z_T''$	Trennimpedanz
$x$	Raumkoordinaten
$y$	
$z$	
$r$	Zylindrische Koordinaten
$\varphi$	
$z$	

b) Griechische Buchstaben

$\alpha$	Steigungswinkel der Spiralwellen
$\beta$	Phasenwinkel einer Welle
$\beta_m$	Phasenwinkel der Mode m
$\beta_{k(r)}$	Phasenparameter der k-ten Harmonischen
$\Gamma$	Plattenamplitude

$\gamma$	Auslenkung der Platte
$\delta$	Logarithmisches Dekrement
$\varepsilon$	Winkelkoordinate auf der Platte
$\eta$	Verlustfaktor
$\eta_{\text{int}}$	Interner Verlustfaktor der Platte
$\eta_{\text{rad}}$	Strahlungsverlustfaktor
$\vartheta$	Einfallswinkel des Schalls
$\vartheta_{\text{lim}}$	Grenzwinkel des Schalleinfalls
$\vartheta_{\text{Sp}}$	Spuranpassungswinkel
$\kappa$	Adiabatenexponent
$\lambda$	Wellenlänge
$\lambda$	Rauhigkeitsbeiwert
$\lambda_B$	Biegewellenlänge
$\lambda_P$	Wellenlänge der Platte
$\mu$	Querkontraktionszahl
$\nu$	Frequenz
$\nu_{m,n}$	Eigenfrequenzen der Platte
$\Pi$	Schalleistung
$\Pi_{\text{diss}}$	Dissipierte Schalleistung
$\Pi_i$	Einfallende Schalleistung
$\Pi_{\text{in}}$	Induzierte Schalleistung
$\Pi_t$	Transmittierte Schalleistung
$\rho$	Dichte des Fluids
$\rho_P$	Dichte der Platte
$\tau$	Transmissionsgrad
$\tau_{m0}$	Transmissionsgrad der Massenschalldämmung bei senkrechtem Schalleinfall
$\tau_{md}$	Transmissionsgrad der Massenschalldämmung bei diffusem Schalleinfall
$\bar{\tau}$	Mittlerer Transmissionsgrad
$\psi$	Geschwindigkeitspotential
$\Omega$	Winkelgeschwindigkeit des Rotors
$\omega$	Kreisfrequenz
$\omega_m$	Kreisfrequenz der Mode m
$\nabla$	Nabla Operator

## 11. Literatur

- /1/ P. Bröckerhoff  
Testisolierungen für die Heißgasleitung der HHV-Anlage  
Bericht der KFA-Jülich, Jül-1334, 1976
  
- /2/ P. Bröckerhoff  
Weitere Untersuchungen an der konstruktiv verbesserten  
Kohlesteinisolierung  
Bericht der KFA-Jülich, Jül-1458, 1977
  
- /3/ E. Achenbach  
Flow induced Pressure Fluctuations in Hot Gas Ducts of  
High Temperature Reactor  
Keswick, UK. , May 1978
  
- /4/ W. Rizk, D.F. Seymour  
Investigations into the Failure of Gas Circulators and  
Circuit Components of Hinkley Point  
Nuclear Power Station  
Proc. Inst. Mech. Engrs. 1964-65, Vol. 179, Pt1 No.21
  
- /5/ E. Skudrzyk  
Die Grundlagen der Akustik  
Wien 1954, Springer Verlag
  
- /6/ C.L. Morfey  
Rotating Pressure Patterns in Ducts: Their Generation  
and Transmission  
J. Sound Vib. 1964, Vol. 1, S. 60-87
  
- /7/ H. P. Schiffer  
Ausbreitung des Schalls von Turbomaschinen in Rohr-  
leitungen mit Diskontinuitäten  
Diss. RWTH Aachen, 1976

- /8/ P. Munger, H.E. Plumblee  
 Propagation and Attenuation of Sound in a Soft-Walled  
 Annular Duct  
 Proc. of Basic Aerodynamic Noise Research Conference  
 NASA SP-207, 1969, S. 305-327
  
- /9/ J.M. Tyler, T.G. Sofrin  
 Axial Flow Compressor Noise-Studies  
 Trans. Soc. Automotive Eng. 1962, Vol. 70, S. 309-332
  
- /10/ U. Bolleter  
 Theory and Measurement of Modal Spectra in Hard-  
 Walled Cylindrical Ducts  
 PhD Thesis Purdue Univ. 1970
  
- /11/ T.E. Burton  
 Vibration of HTGR Plates and Shells  
 GA-Report 1977
  
- /12/ U. Bolleter, M.J. Crocker  
 Theory and Measurement of Modal Spectra in Hard-Walled  
 Cylindrical Ducts  
 J. Acoust. Soc. Am. 1972, Vol. 51, S. 1439-1447
  
- /13/ W. Macke  
 Wellen  
 Ein Lehrbuch der theoretischen Physik  
 Akadem. Verlagsges. Leipzig 1962, 2. Auflage
  
- /14/ V. Mason  
 Some Experiments of the Propagation of Sound along  
 a Cylindrical Duct Containing Flowing Air  
 J. Sound Vib. 1969, Vol. 10, S. 208-226
  
- /15/ P.M. Morse, K.U. Ingard  
 Theoretical Acoustics  
 McGraw-Hill 1968

- /16/ S. Timoshenko, P.H. Young, W. Weaver jr.  
Vibration Problems in Engeneering  
John Wiley & Sons 1974
  
- /17/ L. Cremer  
Calculation of Sound Propagation in Structures  
Acustica 1953 Vol. 3 S. 317-335
  
- /18/ R.H. Lyon  
Statistical Energy Analysis of Dynamical Systems  
Theory and Applications MIT Press 1975
  
- /19/ M.J. Crocker, A.J. Price  
Sound Transmission Using Statistical Energy Analysis  
S. Sound Vib. 1969, Vol. 9 S. 469-486
  
- /20/ M.J. Crocker, M.C. Battacharya, A.J. Price  
Sound and Vibration Transmission Through Panels and  
Tie Beams Using Statistical Energy Analysis  
Trans. ASME, August 1971, S. 775-782
  
- /21/ U. Rivenaes  
Design and Acoustic Tests of a Dynamically  
Scaled Nuclear Reactor Gas Circuit Structure  
PhD Thesis Univ. Southampton 1972
  
- /22/ E. Meyer, E.G. Neumann  
Physikalische und Technische Akustik  
Vieweg Verlag Braunschweig 1974
  
- /23/ L. Cremer  
Vorlesungen über Technische Akustik  
Hochschultext  
Springer-Verlag 1971



- /24/ L. Cremer, M. Heckl  
Körperschall  
Springer-Verlag 1967
  
- /25/ L. Cremer  
Die wissenschaftlichen Grundlagen der Raumakustik  
Band III  
Wellentheoretische Raumakustik  
Leipzig 1950  
S. Hirzel Verlag
  
- /26/ L.L. Beranek  
Noise Reduction  
McGraw-Hill 1960
  
- /27/ A. Cummings  
The Mechanism of Sound Transmission through Single  
and Double Panels  
PhD Thesis, Univ. Liperpool 1968
  
- /28/ L.L. Beranek  
Noise and Vibration Control  
McGraw-Hill 1971
  
- /29/ A. London  
Transmission of Reverberant Sound through Double Walls  
J. Acoust. Soc. Am. 1950, Vol. 22 S. 270-279
  
- /30/ R.H. Lyon, T.D. Scharton  
Vibrational-Energy Transmission in a Three-Element  
Structure  
J. Acoust. Soc. Am., Vol. 38, S. 253-261
  
- /31/ T.D. Scharton, R.H. Lyon  
Power Flow and Energy Sharing in Random Vibration  
J. Acoust. Soc. Am. 1968, Vol. 43, S. 1332-1343

- /32/ R.H. Lyon, G. Maidanik  
Power Flow between Linearly Coupled Oscillators  
J. Acoust. Soc. Am., 1962, Vol. 34, S. 623-639
- /33/ E. Eichler  
Thermal Circuit Approach to Vibrations in Coupled  
Systems and the Noise Reduction of a Rectangular Box  
J. Acoust. Soc. Am., 1965, Vol. 37, S. 995-1007
- /34/ G. Maidanik  
Response of Ribbed Panels to Reverberant Acoustic Fields  
J. Acoust. Soc. Am., 1962, Vol. 34, S. 809-826
- /35/ E. Ellmallawany  
Einfluß der Raumparameter auf das Schalldämmmaß nach der  
statistischen Energieanalyse  
Acustica 1976, Vol. 35, S. 107-110
- /36/ A.J. Price, M.J. Crocker  
Sound Transmission through Double Panels Using  
Statistical Energy Analysis  
J. Acoust. Soc. Am. 1970, Vol. 47, S. 683-693
- /37/ A. Banerjea, K. Hammeke, N. Hüpping, H.E. Kipke, A. Stoehr  
Thermodynamische Stoffwerte von Helium im Bereich von 20 bis  
1500 °C und 1 bis 50 bar  
Bericht der KFA-Jülich, Jül-1562, 1978
- /38/ DIN 52212  
Bestimmung des Schallabsorptionsgrades im Hallraum
- /39/ I. Dyer  
Measurement of Noise Sources in Ducts  
J. Acoust. Soc. Am. 1958, Vol. 30, S. 833-841
- /40/ K.H. Mohr  
Das Verhalten von Kondensatormikrofonen bei Drücken bis 50 bar  
in Luft und Helium

Diplomarbeit  
RWTH-Aachen, 1977

/41/ F. Ingerslev, O. Juhl Pedersen, P.K. Møller, J. Kristensen  
Die schalltoten Räume der Dänischen Universität  
Brüel & Kjaer  
Technical Review No. 2 - 1968

/42/ F.B. Shenoda  
Reflexionsarme Abschlüsse für durchströmte Kanäle  
Diss. TU Berlin 1973

/43/ J.S. Bendat, A.G. Piersol  
Random Data:  
Analysis and Measurement Procedures  
Wiley-Interscience 1971

/44/ M. Schoch, K. Feher  
The Mechanism of Sound Transmission through Single Leaf  
Partitions, investigated using small Scale Models  
Acustica, 1952, Vol. 2, S. 189-204

/45/ M. Heckl  
Die Schalldämmung von homogenen Einfachwänden endlicher  
Fläche  
Acustica, 1960, Vol. 10, S. 98-105